

Think
IAS... 



 Think
Drishti

संघ लोक सेवा आयोग (UPSC)

आँकड़ों की व्याख्या एवं पर्याप्तता

दूरस्थ शिक्षा कार्यक्रम (Distance Learning Programme)

Code: CSC07



संघ लोक सेवा आयोग (UPSC)

आँकड़ों की व्याख्या एवं पर्याप्तता



641, प्रथम तल, डॉ. मुखर्जी नगर, दिल्ली-110009

दूरभाष : 8750187501, 011-47532596

टोल फ्री : 1800-121-6260

Web : www.drishtiIAS.com

E-mail : online@groupdrishti.com

पाठ्यक्रम, नोट्स तथा बैच संबंधी updates निरंतर पाने के लिए निम्नलिखित पेज को "like" करें

 www.facebook.com/drishtithevisionfoundation

 www.twitter.com/drishtiiias



विषय सूची (Contents)

1. परिचय	5 – 9
2. सारणी	10 – 33
3. रेखाचित्र	34 – 51
4. दण्डचित्र	52 – 72
5. पाई-चार्ट	73 – 90
6. मिश्रित ग्राफ	91 – 103
7. आँकड़ों पर आधारित परिच्छेद	104 – 107
8. ग्राफ की समझ	108 – 126
9. आँकड़ों की पर्याप्तता	127 – 144

परिचय (Introduction)

आँकड़े या समंक (Data) संख्याओं के समूह या संख्याओं के चित्रमय प्रदर्शन होते हैं। इनकी सहायता से बिना विस्तार में गए पूरे परिप्रेक्ष्य की मुख्य बातों को आरेख के माध्यम से जाना जा सकता है। ये आँकड़े किसी भी क्षेत्र विशेष से संबंधित हो सकते हैं, जैसे— आर्थिक, सामाजिक, राजनैतिक, भौगोलिक, खगोलीय या वैयक्तिक आदि।

यहाँ यह ध्यान रखना बेहद जरूरी है कि बिना किसी संकेतक या संसूचक (Qualifier) के आँकड़ों या समंकों (Data) की कोई वैधता नहीं होती। ये स्वयं किसी भी तथ्य का प्रकाशन नहीं करते। उदाहरण के लिये यदि 30 लिखा जाए तो इससे किसी तथ्य का पता नहीं चलता, जबकि यह एक आँकड़ा (Data) है। हो सकता है कि यह आयु, भार, तापमान या अन्य किसी तथ्य की पुष्टि करता हो, किंतु यदि यह कहा जाए कि 'संघ लोक सेवा आयोग' ने सिविल सेवा परीक्षा के लिये सामान्य वर्ग के अभ्यर्थियों की अधिकतम आयु-सीमा 30 वर्ष रखी है, तो इससे तथ्य पूरी तरह स्पष्ट हो जाता है। अब, यदि यहाँ यह वाक्य जोड़ा जाए कि संघ लोक सेवा आयोग ने पिछड़े वर्ग के अभ्यर्थियों के लिये इस परीक्षा की अधिकतम आयु सीमा 33 वर्ष रखी है तो इन दोनों तथ्यों के बीच तुलना भी की जा सकती है जिससे तथ्यों की विशिष्टता (विशिष्ट सूचना) का पता चल सकता है। उदाहरण के लिये, आयु सीमा के संबंध में पिछड़े वर्ग के अभ्यर्थियों को सामान्य वर्ग के अभ्यर्थियों की तुलना में 3 वर्ष की छूट प्राप्त है। अब, यदि इस तथ्य को ध्यान में रखकर प्रश्न पूछा जाए कि पिछड़े वर्ग के अभ्यर्थियों को सामान्य वर्ग के अभ्यर्थियों की तुलना में कितने प्रतिशत अधिक आयु तक परीक्षा में बैठने की छूट है, तो उत्तर होगा—

$$\frac{3 \times 100}{30} = 10\%$$

अर्थात्, संघ लोक सेवा आयोग द्वारा आयोजित सिविल सेवा की परीक्षा में पिछड़े वर्ग के अभ्यर्थियों को सामान्य वर्ग

के अभ्यर्थियों की आयु का 10% अधिक तक परीक्षा में बैठने की छूट है।

अतः आँकड़े किसी भी घटना या दिये गए तथ्य की आंशिक या संपूर्णता में व्याख्या करने के लिये उपयोगी होते हैं।

आँकड़ों/समंकों के मुख्य लक्षण

(Main Characteristics of Data)

आँकड़े स्वरूपगत दृष्टि से कुछ विशेष लक्षणों से युक्त होते हैं। आँकड़ों के परिचय में हमने पढ़ा कि ये अकेले नहीं होते बल्कि इनका एक विशिष्ट समूह होता है, जो संख्याओं में व्यक्त होते हैं। आँकड़ों का संग्रह पूर्व निर्धारित उद्देश्य के लिये होता है। साथ ही आँकड़े एक तय सीमा तक व्यवस्थित रूप से संकलित किये जाते हैं तथा ये एक-दूसरे से तुलनात्मक रूप में प्रस्तुत किये जाने के योग्य होते हैं। इनके संग्रहण तथा प्रस्तुतीकरण में उचित मात्रा तक शुद्धता का ध्यान रखा जाता है तथा आँकड़ों के संग्रहण में गणना या अनुमान विधि का प्रयोग होता है।

आँकड़ों का व्यवस्थीकरण एवं प्रदर्शन

(Organisation and Presentation of Data)

आँकड़ों को प्रदर्शित करने की कई विधियाँ हैं, जिनमें सारणीयन, रेखाचित्र, दण्डचित्र, वृत्तचित्र और मिश्रित चित्र (दण्ड चित्र तथा वृत्त चित्र को मिलाकर या सारणीयन या वृत्तचित्र को मिलाकर) आदि प्रमुख हैं। आइये, इन्हें उदाहरणों द्वारा समझने का प्रयास करते हैं—

1. **सारणीयन (Tabulation):** यह आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण की सबसे सरल विधि है। इसमें समंकों/आँकड़ों (Data) को स्तम्भों (Column) और पंक्तियों (Rows) में क्रमबद्ध रूप से व्यवस्थित किया जाता है। इसका एक उदाहरण द्रष्टव्य है—

अभ्यास प्रश्न

निर्देश (प्र.सं. 1-2): नीचे दी गई तालिका में किसी विशेष वर्ष में किसी देश के विभिन्न राज्यों की जी.डी.पी. वृद्धि-दर और दूरसंचार सघनता आँकड़े दिखाए गए हैं। इस तालिका का अध्ययन कीजिये और आगे जाने वाले दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। **UPSC-2018**

राज्य	प्रति व्यक्ति आय (\$)	जी.डी.पी. वृद्धि-दर (%)	दूरसंचार सघनता
राज्य 1	704	9.52	70.27
राज्य 2	419	5.31	35.88
राज्य 3	254	10.83	50.07
राज्य 4	545	9.78	5.94
राज्य 5	891	10.8	76.12
राज्य 6	1077	11.69	77.5
राज्य 7	900	8.88	104.86
राज्य 8	395	5.92	6
राज्य 9	720	7.76	82.25
राज्य 10	893	9.55	96.7
राज्य 11	363	4.7	57.7
राज्य 12	966	7.85	63.8
राज्य 13	495	9.37	52.3
राज्य 14	864	5.46	97.9
राज्य 15	497	7.48	62.3
राज्य 16	777	7.03	93.8
राज्य 17	335	5.8	49.9
राज्य 18	599	7.49	47.84

- ऊपर दी गई तालिका के संदर्भ में, निम्नलिखित में से कौन-सा/से सर्वाधिक तार्किक और तर्कसंगत निष्कर्ष (इंफेरेंस) निकाला जा सकता है/निकाले जा सकते हैं?
 - उच्चतर प्रति व्यक्ति आय सामान्यतः उच्चतर दूरसंचार सघनता से संबद्ध होती है।
 - उच्चतर जी.डी.पी. वृद्धि-दर सदा उच्चतर प्रति व्यक्ति आय को सुनिश्चित करती है।
 - उच्चतर जी.डी.पी. वृद्धि-दर उच्चतर दूरसंचार सघनता को आवश्यक रूप से सुनिश्चित नहीं करती।
 नीचे दिये गए कूट का प्रयोग कर सही उत्तर चुनिये।
 - केवल 1
 - 2 और 3
 - 1 और 3
 - केवल 3
- ऊपर दी गई तालिका के संदर्भ में, निम्नलिखित पूर्वधारणाएँ बनाई गई हैं-

- आजकल, पहले से ही उच्च निष्पादन करने वाले किसी राज्य की संपन्नता दूरसंचार अवसंरचना में वृहत् निवेशों को जारी रखे बिना कायम नहीं रखी जा सकती।
- आजकल, बहुत उच्च दूरसंचार सघनता किसी राज्य में व्यवसाय एवं आर्थिक विकास को प्रोत्साहित करने के लिये एक सबसे महत्वपूर्ण शर्त है।

उपर्युक्त में से कौन-सी पूर्वधारणा/पूर्वधारणाएँ वैध है/हैं?

- केवल 1
- केवल 2
- 1 और 2 दोनों
- न तो 1 न ही 2

- निम्नलिखित सारणी में बताया गया है कि दो छात्रों ने भिन्न-भिन्न विषयों में कितने-कितने अंक प्राप्त किये:

	छात्र A	अधिकतम अंक	छात्र B	अधिकतम अंक
अंग्रेजी	60	100	80	150
मनोविज्ञान	70	100	70	100
इतिहास	50	100	60	100
संस्कृत	30	50	15	25

छात्रों के माध्य समुच्चयी प्रतिशत अंकों में कितना अंतर है?

- 2.5%
- 13.75%
- 1.25%
- 0

- निम्नलिखित सारणी में एक शहर की चार वर्षों की जनसंख्या और कुल आय प्रस्तुत है:

वर्ष	1992	1993	1994	1995
जनसंख्या, लाखों में	20	21	22	23
आय, करोड़ों रुपये में	1010	1111	1225	1345

उपर्युक्त आँकड़ों के संदर्भ में निम्नलिखित में से कौन-सा एक कथन सही है?

- जनसंख्या में प्रति वर्ष 5% या अधिक वृद्धि हुई है।
- आय में प्रति वर्ष 10% या अधिक वृद्धि हुई है।
- प्रति व्यक्ति आय हमेशा ₹5000 से अधिक रही है।
- प्रति व्यक्ति आय 1994 में सर्वाधिक थी।

UPSC-2014

सारणी (Table)

सारणीयन वह व्यवस्था होती है जिसमें आँकड़ों को स्तम्भों (Columns) एवं पंक्तियों (Rows) में व्यवस्थित किया जाता है। इसमें आँकड़ों की व्यवस्था इस प्रकार से की जाती है जिससे उन्हें आसानी से पढ़कर तथा तुलनात्मक विवेचन कर निष्कर्ष तक पहुँचा जा सके।

सारणी के मुख्य उद्देश्य तथा लक्षण (Main Objects and Characteristic of a Table)

सारणीयन का मुख्य उद्देश्य आँकड़ों को सुविधाजनक ढंग से प्रस्तुत करना है। स्तम्भों (Columns) और पंक्तियों (Rows) में इस प्रकार की प्रस्तुति के कारण स्थान तथा समय की बचत तो होती ही है, साथ ही साथ आँकड़ों के मध्य तुलना भी आसानी से की जा सकती है। आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण की स्पष्टता के कारण त्रुटियों की जाँच भी आसानी से की जा सकती है।

सारणी के प्रकार

सारणी कई प्रकार की हो सकती है। एक या दो मद (Item) के आँकड़ों (Data) को प्रदर्शित करने वाली सारणी सरल होती है जबकि दो या दो से अधिक मदों के आँकड़ों को एक साथ प्रदर्शित करने वाली सारणी जटिल प्रकार में रखी जाती है।

आइये, सारणी के विभिन्न प्रकारों को उदाहरणों द्वारा समझने का प्रयास करें।

- I. **एकगुण वाली सारणी** : इस प्रकार की सारणी में आँकड़ों के केवल एक ही गुण को दर्शाया जाता है। इसे पंक्ति तथा स्तम्भों के माध्यम से केवल दो भागों में ही प्रस्तुत किया जाता है। नीचे दी गई सारणी में विभिन्न व्यवसाय वाले लोगों की संख्या एक आवासीय क्षेत्र में दर्शाई गई है।

व्यवसाय	लोगों की संख्या
चिकित्सा	60
प्रबंधन	50
विधि	40
प्रशासन	45
इंजीनियरिंग	55
योग	250

- II. **दो गुण वाली सारणी (Double Table)** : एक ही प्रकार के दो विभिन्न गुणों का प्रदर्शन करने वाले आँकड़ों को इस सारणी के अंतर्गत रखा जाता है। उपरोक्त उदाहरण में विभिन्न व्यवसाय में लोगों की संख्या दी गई है, किंतु यदि इसमें पुरुष एवं महिलाओं की संख्या दर्शानी हो तो हमें दो गुणों वाली सारणी का प्रयोग करना होगा—

व्यवसाय	लोगों की संख्या		योग
	पुरुष	महिला	
चिकित्सा	35	25	60
प्रबंधन	35	15	50
विधि	25	15	40
प्रशासन	25	20	45
इंजीनियरिंग	35	20	55
योग	155	95	250

- III. **त्रिगुण सारणी (Treble Table)** : त्रिगुण सारणी में तीन प्रकार की विशेषताओं को दर्शाया जाता है। उपरोक्त सारणी में विभिन्न व्यवसाय में लगे लोगों की संख्या तथा उनमें भी पुरुषों तथा महिलाओं की अलग-अलग संख्या का पता चलता है। किंतु, यदि यह पूछा जाए कि कितने व्यक्तियों को सरकारी आवास की सुविधा प्राप्त है तथा कितनों को नहीं, तो हमें त्रिगुण सारणी का प्रयोग करना होगा।

रेखाचित्र (Line Graph)

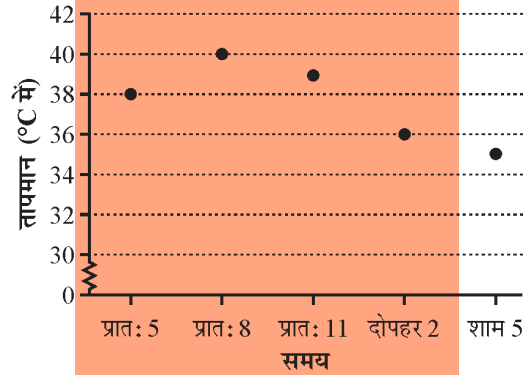
रेखाचित्र (Line Graph) ऐसे आँकड़ों (Data) को प्रस्तुत करता है जो समय के साथ लगातार बदलते रहते हैं। प्रेक्षक इसके सहारे बड़ी आसानी से किसी आँकड़े (Data) के संबंध में दी गई जानकारी को प्राप्त कर सकता है। रेखाचित्र के आँकड़ों की आपसी तुलना भी आसानी से की जा सकती है। चूँकि, सभी आँकड़े काफी स्पष्टता से व्यक्त होते हैं अतः परिणाम की शुद्धता का स्तर भी बढ़ जाता है।

आइये, रेखाचित्र के एक प्रारंभिक स्तर के प्रश्न को समझने का प्रयास करते हैं-

एक छात्र के बीमार पड़ने पर डॉक्टर ने तीन-तीन घंटे बाद उसके शारीरिक तापमान की जाँच की जो आँकड़ों के रूप में दिया गया है-

समय	प्रातः 5 बजे	प्रातः 8 बजे	प्रातः 11 बजे	दोपहर 2 बजे	शाम 5 बजे
तापमान (°C में)	38	40	39	36	35

इन आँकड़ों को बिंदु चित्र के रूप में प्रस्तुत करने पर-



टेढ़ी मेढ़ी रेखा (---) यह बताती है कि 0 से 30 तक की संख्याओं का प्रयोग नहीं किया गया है।

अब इस चित्र के बिंदुओं को आपस में एक रेखा के द्वारा मिलाने पर-



चित्र से यह स्पष्ट है कि क्षैतिज रेखा (Horizontal Line) (x-axis) समय दिखाती है कि कब-कब शारीरिक तापमान

दण्डचित्र (Bar Diagram)

दण्डचित्र (Bar-Diagram) आँकड़ों (Data) को प्रस्तुत करने की एक विधि है। इसमें आँकड़ों को आरेख के माध्यम से दण्डों में विभक्त कर दर्शाया जाता है। दर्शाए गए सभी दण्डों की मोटाई तथा इनके बीच की दूरी समान रहती है। कई बार चित्रों को आकर्षक बनाने के लिये दण्डों को छायांकित कर दिया जाता है ताकि उनके बीच की विभिन्नता स्पष्ट रूप से दृष्टिगोचर हो।

दण्डचित्र के द्वारा आँकड़ों के विचलन या रुझान को आसानी से प्रदर्शित किया जा सकता है। इन चित्रों के द्वारा आँकड़ों की तुलना मोटे तौर पर केवल चित्र देखकर ही की जा सकती है। यही कारण है कि दण्डचित्रों का प्रयोग लगभग सभी क्षेत्रों के आँकड़ों को प्रदर्शित करने के लिये व्यापक रूप से होता है।

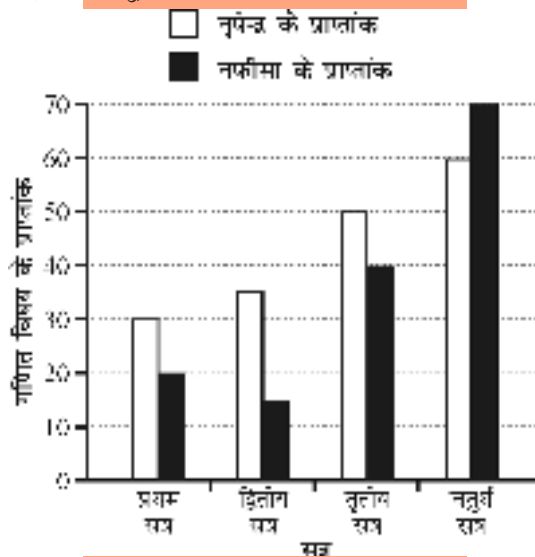
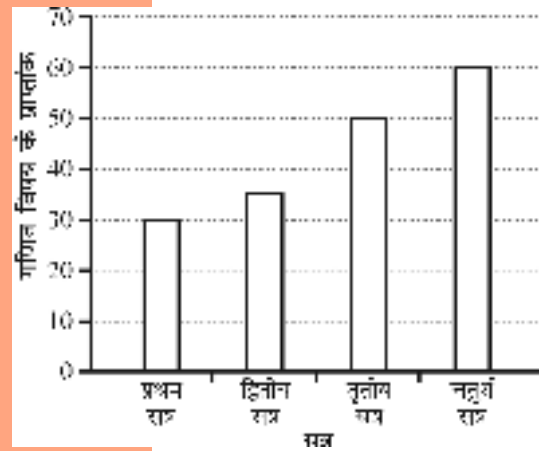
आइये, दण्डचित्रों की अवधारणा (Concept) एवं उनके प्रयोग को समझने का प्रयास करें-

नीचे दिया गया दण्ड आलेख नृपेन्द्र द्वारा चार सत्रीय परीक्षाओं में उसके गणित विषय में प्राप्त अंकों को दर्शाता है।

इस चित्र को देखकर हम आसानी से पता लगा सकते हैं कि नृपेन्द्र के गणित विषय में प्राप्त अंक क्रमशः बढ़ते गए हैं तथा इस विषय में उसकी प्रगति अच्छी है। साथ ही चारों सत्रों के अंकों की तुलनात्मक स्थिति भी आसानी से ज्ञात की जा सकती है। यह भी बड़ी आसानी से ज्ञात किया जा सकता है कि प्रथम सत्र से अंतिम सत्र के बीच उसके अंकों की बढ़त का प्रतिशत क्या रहा?

आइये, अब इसी से संबंधित एक और उदाहरण पर विचार करते हैं।

निम्नांकित दण्डचित्र नृपेन्द्र और नफीसा द्वारा विभिन्न सत्रों में गणित में प्राप्त अंकों को दर्शाता है।



पाई-चार्ट (Pie Chart)

वृत्त चार्ट पर आधारित प्रश्नों को हल करने की विधि को एक उदाहरण के द्वारा समझने का प्रयास करते हैं-

निर्देश (प्र.सं. 1-3): यहाँ दिया गया पाई-चार्ट स्कूल नेतृत्व के लिये चुनाव लड़ने वाले चार विद्यार्थियों द्वारा वैध मतों की संख्या को प्रदर्शित करता है डाले गए वैध मतों की संख्या 720 थी।

चार्ट का ध्यानपूर्वक अवलोकन कीजिये तथा उस पर आधारित प्रश्नों के उत्तर दीजिये-



- किसी उम्मीदवार द्वारा प्राप्त न्यूनतम मतों की संख्या कितनी रही?

(a) 100	(b) 110
(c) 120	(d) 130
- विजेता कौन रहा है?

(a) प्रशांत	(b) अमर
(c) प्रवीण	(d) नृपेन्द्र
- जीतने वाले उम्मीदवार ने अपने निकटतम प्रतिद्वन्दी को कितने मतों से हराया?

(a) 40	(b) 45
(c) 48	(d) 50

हल

- वृत्त चार्ट को देखने से स्पष्ट है कि सबसे कम भाग प्रवीण का है।
अब, प्रश्न में यह जानकारी दी गई है कि वैध मतों की कुल संख्या 720 है तथा हम यह भी जानते हैं कि वृत्त का सम्पूर्ण कोण = 360°
अतः प्रवीण द्वारा प्राप्त मतों की संख्या

$$= \frac{60 \times 720}{360} = 120$$

2. वृत्त चार्ट के अवलोकन से स्पष्ट है कि वृत्त के सम्पूर्ण भाग में से सबसे बड़ा भाग (120°) प्रशांत का है। अतः विजेता प्रशांत है।

3. वृत्त चार्ट से स्पष्ट है कि प्रशांत विजेता है तथा उसका निकटतम प्रतिद्वन्दी नृपेन्द्र है।

$$\text{अब, प्रशांत द्वारा प्राप्त मत} = \frac{120 \times 720}{360} = 240$$

$$\text{तथा, नृपेन्द्र द्वारा प्राप्त मत} = \frac{100 \times 720}{360} = 200$$

अतः दोनों उम्मीदवारों द्वारा प्राप्त मतों का अंतर

$$= 240 - 200 = 40$$

अतः जीतने वाले उम्मीदवारों ने अपने निकटतम प्रतिद्वन्दी को 40 मतों से हराया है।

आइये, इस प्रकार एक और उदाहरण पर विचार करते हैं-

निर्देश (प्र.सं. 4-7): यहाँ दिया गया पाई-चार्ट एक परिवार द्वारा किसी महीने में विभिन्न मदों पर किये गए व्यय तथा परिवार की बचत, जो ₹8,000 है, को दर्शाता है।

पाई-चार्ट का अध्ययन कीजिये तथा इस पर आधारित प्रश्नों के उत्तर दीजिये-



- भोजन पर किये गए व्यय का बचत से अनुपात है-

(a) 3 : 2	(b) 2 : 1
(c) 4 : 3	(d) 3 : 4
- परिवार का महीने का कुल व्यय कितना है?

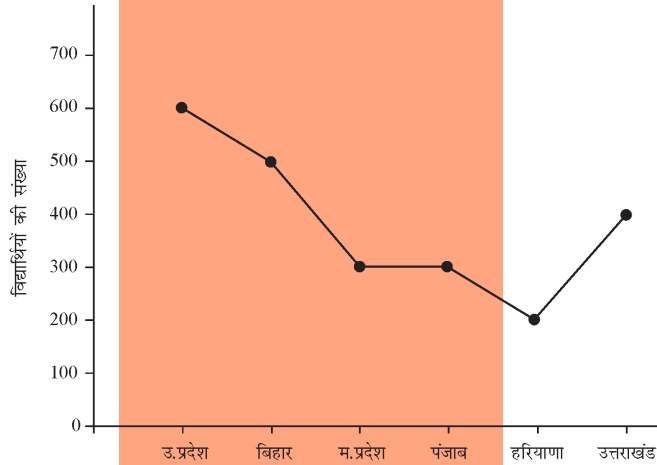
(a) ₹40,000	(b) ₹48,000
(c) ₹45,000	(d) ₹50,000

मिश्रित ग्राफ (Mixed Graph)

पिछले चार अध्यायों में हमने आँकड़ों को प्रदर्शित करने की चार विधियों, यथा सारणी, रेखाचित्र, दण्डचित्र और पाई-चार्ट को पढ़ा है। अब हम उन प्रश्नों को हल करना सीखेंगे जिनमें एक साथ उपरोक्त में से किन्हीं दो विधियों का प्रयोग हुआ है। जैसे कि UPSC CSAT-2013 में पूछे गए प्रश्न में एक साथ दण्डचित्र और पाई-चित्र दोनों का प्रयोग हुआ था।

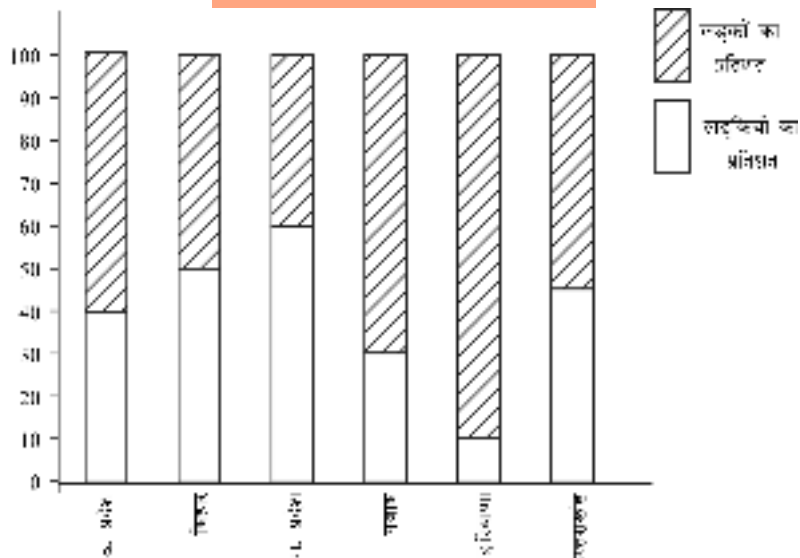
यह अध्याय भी पिछले चारों अध्यायों की तरह ही सरल है। हमें दिये गए आँकड़ों को समझकर प्रश्नों का उत्तर देना होगा।

उदाहरण के लिये-



एक संस्थान में पढ़ने वाले विभिन्न राज्यों के विद्यार्थियों की संख्या

इन विभिन्न राज्यों के विद्यार्थियों में लड़के और लड़कियों का प्रतिशत निम्नलिखित दण्डचित्र से दिखाया गया है।



आँकड़ों पर आधारित परिच्छेद

आँकड़ा विश्लेषण (DI) के अब तक पढ़े गए विभिन्न अध्यायों में हमने आँकड़ों को प्रदर्शित करने की विभिन्न विधियों को देखा है तथा उनसे उपयोगी और आवश्यक आँकड़ों को विश्लेषित कर प्राप्त करना भी सीखा है।

इस अध्याय में भी हम आँकड़ों को प्रदर्शित करने की एक नई विधि को देखेंगे- अर्थात् किसी ग्राफ, चार्ट या चित्र की मदद लिये बिना समस्त आँकड़ों को भाषायी रूप में सरल वाक्यों में कह देना। अतः हमें सभी आँकड़ों की सूचना कई वाक्यों से बने एक परिच्छेद के रूप में मिलती है। हमें उस परिच्छेद को ध्यान से पढ़कर उसमें से उपयोगी सूचनाओं या आँकड़ों को छाँटना होता है और पूछे गए प्रश्नों का उत्तर देना होता है।

अतः इस अध्याय के प्रश्नों को हल करने के लिये निम्नलिखित बिंदुओं पर ध्यान दिया जा सकता है-

1. सबसे पहले परिच्छेद को और प्रश्नों को एक बार सरसरी निगाह से पढ़ें। इसमें दी गई सूचनाओं या आँकड़ों की प्रकृति तथा पूछे गए प्रश्नों की प्रकृति का अनुमान हो जाता है।
2. अब परिच्छेद को ध्यान से पढ़ें और जरूरत पड़े तो प्रश्न के अनुसार प्रासंगिक, जटिल आँकड़ों को सरल कर लें। जैसे- किसी संस्थान के 600 छात्रों में 30% लड़कियाँ हैं, जिनमें 20% गणित पढ़ती हैं तथा उनमें से 50% फेल हो गईं- सरलीकरण- 600 छात्रों का 30% = 180 लड़कियाँ
 \Rightarrow 20% गणित पढ़ती हैं = $180 \times \frac{20}{100} = 36$ गणित पढ़ती हैं।
 \Rightarrow 50% फेल हो गईं = $36 \times \frac{50}{100} = 18$ फेल हो गईं।
3. अब सरलीकृत आँकड़ों से प्रश्न में पूछी गई जानकारियों को प्राप्त करें।
 आइये अब हम अभ्यास प्रश्नों को हल करते हैं-

अभ्यास प्रश्न

परिच्छेद-1

प्रश्न 1 से 6 तक के लिये परिच्छेद:

एक शहर की जनसंख्या 10,500 है। उनमें से 16% विद्यार्थी हैं और बाकी आबादी कार्यरत है। कुल जनसंख्या का 21% डॉक्टर, 18% इंजीनियर, 19% वकील है, 15% शिक्षक है और बाकी 11% जनसंख्या श्रमिकों की है। जब इन विभिन्न कार्यों में कार्यरत महिलाओं की संख्या की गणना की गई तो पाया गया कि डाक्टरों का 20%, इंजीनियरों का 60%, वकीलों का 40%, शिक्षकों का 80%, श्रमिकों का 40% और 35% विद्यार्थी महिलाएँ हैं तो अब निम्न प्रश्नों का उत्तर दें-

1. शहर में महिला शिक्षकों की तुलना में महिला डॉक्टरों का प्रतिशत कितना है।
 (a) 35% (b) 28%
 (c) 15% (d) 41%
2. शहर में पुरुष श्रमिकों की संख्या और पुरुष शिक्षकों की संख्या का अनुपात क्या है?

- (a) 8 : 5 (b) 5 : 3
 (c) 11 : 5 (d) 8 : 11

3. इस शहर में पुरुष जनसंख्या और महिला जनसंख्या का अंतर कितना है?
 (a) 1084
 (b) 1184
 (c) 1134
 (d) 1234
4. शहर के वकीलों की संख्या, शहर के डॉक्टरों की कुल संख्या का लगभग कितना प्रतिशत है?
 (a) 90% (b) 92%
 (c) 96% (d) 86%
5. शहर के महिला वकीलों और महिला शिक्षकों की कुल संख्या कितनी है?
 (a) 1862 (b) 1626
 (c) 2136 (d) 2058

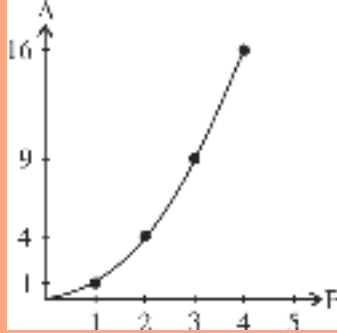
ग्राफ की समझ (Knowledge of Graph)

ग्राफ क्या है?

ग्राफ दो भिन्न राशियों या चरों के बीच के संबंध को तथा एक राशि में हुए परिवर्तन का प्रभाव दूसरे राशि पर क्या पड़ता है, को दिखाने की एक चित्रिय विधि है।

इन दो राशियों को को-आर्डिनेट तल पर दोनों अक्षों से निरूपित किया जाता है और इनके संबंध को दोनों अक्षों के बीच विभिन्न वक्रों से दर्शाया जाता है। दोनों अक्षों में क्षैतिज अक्ष को सामान्यतः X-अक्ष तथा उर्ध्वाधर अक्ष को Y-अक्ष कहते हैं।

जैसे- दो संख्याएँ A और B इस तरह हैं कि A, B के वर्ग के बराबर है तो इनके बीच के संबंध को ग्राफ से निरूपित करें-



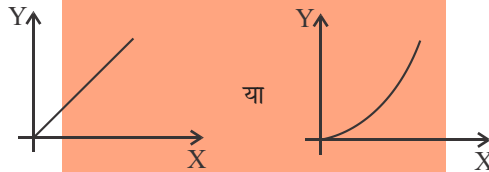
अर्थात् एक ग्राफ, दो भिन्न राशियों के पारस्परिक परिवर्तनों का प्रदर्शन है।

दोनों राशियों के बीच के संबंध के आधार पर ग्राफ दो प्रकार के हो सकते हैं।

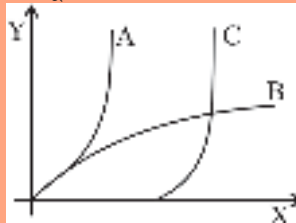
1. प्रत्यक्ष विचरण

2. प्रतिलोम विचरण

1. **प्रत्यक्ष विचरण:** यदि पहली राशि के बढ़ने पर दूसरी राशि बढ़े तथा पहली के घटने पर दूसरी राशि भी घटे तो इसे प्रत्यक्ष विचरण कहते हैं। अर्थात् दोनों राशियों के परिवर्तन की दिशा समान होती है। जैसे-



चूँकि किसी भी एक अक्ष पर मूलबिंदु (O) से दूर जाने पर वो राशि बढ़ती है। अतः प्रत्यक्ष विचरण की स्थिति में ग्राफ हमेशा X अक्ष तथा Y अक्ष दोनों से दूर जाता रहेगा। जैसे-



उपरोक्त चित्र में ग्राफ A, B और C तीनों प्रत्यक्ष विचरण के उदाहरण हैं।

आँकड़ों की पर्याप्तता (Data Sufficiency)

आँकड़ों की पर्याप्तता में एक प्रश्न और उसके बाद दो या तीन कथन दिये गए होते हैं। इन प्रश्नों को हमने सुविधा के लिये दो भागों में विभक्त किया है। पहला भाग गणितीय आधार पर और दूसरा भाग तार्किक आधार पर। गणितीय भाग में प्रतिशत, औसत, लाभ-हानि, संख्याएँ आदि पर और तार्किक भाग में कौडिंग-डिकौडिंग, आयु आधारित, दिशा आधारित आदि पर प्रश्न और कथन दिये जाते हैं।

दिये गए प्रश्न का उत्तर पाने के लिये कथन पर्याप्त है या नहीं। केवल इस पर विचार करना होता है।

प्रश्न का उत्तर देने के लिये सर्वप्रथम निर्देश को ध्यानपूर्वक पढ़ें और निर्देशानुसार उत्तर दें। दो या तीन कथनों में प्रत्येक अलग-अलग उत्तर देने के लिये पर्याप्त है या नहीं, इन पर विचार करें फिर एक से अधिक कथनों को मिलाकर विचार करें कि ये दिये गए प्रश्न का उत्तर देने के लिये पर्याप्त है या नहीं।

उदाहरण:

प्रश्न: संख्याएँ ज्ञात कीजिये।

कथन: I दो संख्याओं का योग 8 है। इन संख्याओं का अनुपात 1 : 3 है।

कथन: II दो संख्याओं का गुणनफल 12 है तथा इनका भागफल 3 है।

हल: सर्वप्रथम कथन I पर विचार करते हैं।

$$\begin{aligned} \text{दिया हुआ है:} \quad & x + y = 8 \text{ और } \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \\ \Rightarrow & y = 3x \\ \therefore & x + y = 8 \\ & x + 3x = 8 \\ & 4x = 8 \\ & x = 2, y = 6 \end{aligned}$$

अर्थात् यह कथन अकेला पर्याप्त है उत्तर देने के लिये।

कथन II पर विचार करते हैं।

$$\begin{aligned} \text{दिया हुआ है:} \quad & xy = 12 \text{ और } \frac{x}{y} = \frac{3}{1} \\ \Rightarrow & x = 3y \\ \therefore & x y = 12 \\ \Rightarrow & 3y \times y = 12 \\ \Rightarrow & 3y^2 = 12 \\ \Rightarrow & y^2 = 4 \\ \Rightarrow & y = 2 \text{ और } x = 6 \end{aligned}$$

अर्थात् यह कथन भी अकेला पर्याप्त है उत्तर देने के लिये।

इस प्रकार हम देखते हैं कथन I या कथन II उत्तर देने के लिये पर्याप्त है।

डी.एल.पी. बुकलेट्स की विशेषताएँ

- आयोग के नवीनतम पैटर्न पर आधारित अध्ययन सामग्री।
- पैराग्राफ, बुलेट फॉर्म, सारणी, फ्लोचार्ट तथा मानचित्र का उपयुक्त समावेश।
- विषयवस्तु की सरलता, प्रामाणिकता तथा परीक्षा की दृष्टि से उपयोगिता पर विशेष ध्यान।
- क्विक रिवीजन हेतु प्रत्येक अध्याय में महत्त्वपूर्ण तथ्यों का संकलन।
- प्रत्येक अध्याय के अंत में विगत वर्षों में पूछे गए एवं संभावित प्रश्नों का समावेश।


Website : www.drishtiIAS.com

E-mail : online@groupdrishti.com

 DrishtiIAS

 YouTube Drishti IAS

 drishtiias

 drishtithevisionfoundation

641, First Floor, Dr. Mukherjee Nagar, Delhi-110009

Phones : 8750187501, 011-47532596