

Think  
IAS... 



Think  
Drishti

राजस्थान लोक सेवा आयोग (RAS/RTS)

# गणित

भाग-1



दूरस्थ शिक्षा कार्यक्रम (Distance Learning Programme)

Code: RJP01



राजस्थान लोक सेवा आयोग (RAS/RTS)

# गणित (भाग-1)



641, प्रथम तल, डॉ. मुखर्जी नगर, दिल्ली-110009

दूरभाष: 011-47532596, 87501 87501

टोल फ्री : 1800-121-6260

Web: [www.drishtiIAS.com](http://www.drishtiIAS.com)

E-mail : [online@groupdrishti.com](mailto:online@groupdrishti.com)

पाठ्यक्रम, नोट्स तथा बैच संबंधी updates निरंतर पाने के लिये निम्नलिखित पेज को "like" करें

 [www.facebook.com/drishtithevisionfoundation](https://www.facebook.com/drishtithevisionfoundation)

 [www.twitter.com/drishtiiias](https://www.twitter.com/drishtiiias)

1. संख्या पद्धति	5 – 27
2. अनुपात एवं समानुपात	28 – 42
3. मिश्रण	43 – 50
4. प्रतिशतता	51 – 73
5. औसत	74 – 91
6. महत्तम समावर्तक एवं लघुतम समापवर्त्य	92 – 107
7. वर्गमूल एवं घनमूल	108 – 124

वर्तमान समय में हम जिस संख्या पद्धति का उपयोग करते हैं, उसे दशमिक पद्धति कहा जाता है। इसमें दस संकेतों 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 का उपयोग किया जाता है।

### दशमिक पद्धति में (In Decimal System)

- जब हम किसी संख्या को लिखते हैं तो अंकों के विभिन्न स्थानों को दाईं ओर से बाईं ओर की तरफ क्रमशः इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार, दस हजार इत्यादि नाम देते हैं, जैसे-

8	8	8	8	8	8
↓	↓	↓	↓	↓	↓
लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई

- अतः किसी संख्या में दाएँ से बाएँ जाने पर अंकों के मान में दस गुना वृद्धि होती जाती है अर्थात्

8	8	8	8 = आठ हजार
↓	↓	↓	↓ आठ सौ अठासी
आठ हजार	आठ सौ	अस्सी	आठ

अर्थात् किसी अंक के दो तरह के मान होते हैं-

- (A) **अंकित मान या शुद्ध मान या वास्तविक मान-** यह किसी अंक का वास्तविक मान होता है, जो 0 से 9 के बीच ही हो सकता है। यह कभी बदलता नहीं है।

- (B) **स्थानीय मान-** किसी अंक का वह मान जो संख्या में उसके स्थान विशेष के कारण होता है, उस अंक का स्थानीय मान कहलाता है। जैसे- 53834 में, दोनों स्थान पर 3 का वास्तविक मान तो 3 ही है, लेकिन दहाई के स्थान पर 3 का स्थानीय मान 30 है और हजार के स्थान पर 3 का स्थानीय मान 3000 है।

अतः स्थानीय मान इस प्रकार प्राप्त किये जा सकते हैं-

8	8	8	8	8
↓	↓	↓	↓	↓
दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
$8 \times 10000$	$8 \times 1000$	$8 \times 100$	$8 \times 10$	$8 \times 1$
$8 \times 10^4$	$8 \times 10^3$	$8 \times 10^2$	$8 \times 10^1$	$8 \times 10^0$

### संख्याओं के प्रकार (Types of Number)

- प्राकृत संख्याएँ या प्राकृतिक संख्याएँ (Natural Numbers):** जिन संख्याओं का प्रयोग हम वस्तुओं को गिनने के लिये करते हैं, उन्हें प्राकृत संख्याएँ या प्राकृतिक संख्याएँ कहते हैं। जैसे- 1, 2, 3, 4, 5..... इत्यादि।

नोट: शून्य (0) प्राकृत संख्या नहीं है, क्योंकि हम संख्या 1 से गिनना शुरू करते हैं।

अतः सबसे छोटी या प्रथम प्राकृत संख्या = 1

- पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers):** प्राकृत संख्याओं में शून्य को सम्मिलित करने पर प्राप्त संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 0, 1, 2, 3, 4, 5..... इत्यादि
- सम संख्याएँ (Even Numbers):** ऐसी प्राकृत संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाजित हो जाएँ, उन्हें 'सम संख्याएँ' कहते हैं। जैसे 2, 4, 6, 8..... इत्यादि।
- विषम संख्याएँ (Odd Numbers):** ऐसी प्राकृत संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाजित न हों तथा शेष 1 बचे, उन्हें 'विषम संख्याएँ' कहते हैं। जैसे- 1, 3, 5, 7, 9... इत्यादि।

(सम संख्या)<sup>n</sup> = सम संख्या

(विषम संख्या)<sup>n</sup> = विषम संख्या

जहाँ n कोई प्राकृतिक संख्या है।

प्राकृतिक संख्या  
(Natural Number)



- पूर्णांक (Integers):** प्राकृत संख्याओं में शून्य तथा ऋणात्मक संख्याओं को भी सम्मिलित करने पर प्राप्त संख्याएँ 'पूर्णांक' कहलाती हैं। जैसे- -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.....

नोट: शून्य न तो धनात्मक और न ही ऋणात्मक पूर्णांक है।

- अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers):** 1 से बड़ी ऐसी प्राकृत संख्याएँ, जो स्वयं और 1 के अलावा

### अभ्यास प्रश्न

1. 46 से 92 तक की सभी प्राकृत संख्याओं का योग कितना होगा?  
(a) 3243 (b) 2743 (c) 4536 (d) 1833
2. दो संख्याओं के वर्गों का योग 146 है। यदि उनके अंतर का वर्ग 36 है तो दोनों संख्याओं का गुणनफल है:  
(a) 72 (b) 160 (c) 55 (d) 16
3. दो अंकों वाली किसी संख्या के अंकों का योग 9 है। यदि अंकों को पलट दिया जाए तो बनने वाली संख्या पूर्ववर्ती संख्या से 27 अधिक है। संख्या के अंकों का गुणनफल कितना होगा?  
(a) 14 (b) 18 (c) 48 (d) 63
4. दो अंकों की एक संख्या और अंकों को पलटने से बनी संख्या में अंतर 54 है। यदि अंकों का योग 8 है तो मूल संख्या क्या है?  
(a) 62 (b) 53 (c) 71 (d) 80
5. यदि किसी संख्या को 672 से भाग देने पर शेष 68 बचता है तो उसी संख्या को 32 से भाग देने पर शेष कितना बचेगा?  
(a) 68 (b) 18 (c) 7 (d) 4
6. दो संख्याओं का योग 17 तथा गुणनफल 72 है। उनके व्युत्क्रमों का योग कितना होगा?  
(a)  $\frac{17}{72}$  (b)  $\frac{1}{7}$  (c)  $\frac{1}{17}$  (d)  $\frac{17}{89}$
7. प्रथम 25 सम संख्याओं का योग तथा प्रथम 25 विषम संख्याओं के योग का अंतर कितना होगा?  
(a) 50 (b) 25 (c) 125 (d) 250
8. प्रथम 30 सम संख्याओं के योग तथा प्रथम 25 विषम संख्याओं के योग का अंतर कितना होगा?  
(a) 300 (b) 150 (c) 305 (d) 456
9. किसी संख्या को 44 से भाग देने पर 27 शेष बचता है तो उसे 11 से भाग देने पर कितना शेष बचेगा?  
(a) 4 (b) 5 (c) 0 (d) 7
10. दो क्रमागत विषम संख्याओं के वर्गों का अंतर 48 है। वे संख्याएँ कौन-सी हैं?  
(a) 19, 17 (b) 13, 15 (c) 21, 23 (d) 11, 13
11. दो अंकों की एक संख्या के अंकों का योग 8 है। उस संख्या में से जब 54 को घटाया जाता है तो उसके अंक पलट जाते हैं। निम्न में से कौन-सी वह मूल संख्या है?  
(a) 71 (b) 17 (c) 62 (d) 53
12. एक संख्या जो दो अंकों की है का इकाई अंक, दहाई अंक से 4 अधिक है। वह संख्या तथा उसके अंकों को आपस में बदलने से बनी नई संख्या का अंतर 36 है। वह मूल संख्या क्या है?  
(a) 26 (b) 37  
(c) 59 (d) आँकड़े अपर्याप्त हैं।
13. तीन धनात्मक संख्याएँ इस प्रकार हैं कि दूसरी संख्या का वर्ग पहली और तीसरी संख्या के गुणनफल के बराबर है। पहली और दूसरी संख्या का योग 10 है तथा दूसरी संख्या में 24 जोड़ने पर तीसरी संख्या मिलती है। क्रमशः तीनों संख्याएँ क्या होंगी?  
(a) 18, 9, 42 (b) 2, 8, 32  
(c) 6, 6, 30 (d) 3, 7, 31
14. संख्या  $5843k5$  में  $k$  का मान क्या होगा, यदि यह संख्या 11 से पूर्णतः विभाजित हो?  
(a) 5 (b) 7 (c) 9 (d) 0
15. संख्या  $253k54$  में  $k$  के किस मान के लिये यह संख्या 22 से विभाजित होगा।  
(a) 5 (b) 3 (c) 1 (d) 4
16. 4 अंकों वाली सबसे बड़ी संख्या कौन-सी होगी, जो 72 से विभाज्य हो?  
(a) 9972 (b) 9936  
(c) 9916 (d) 9984
17.  $27^{27}$  को 28 से भाग देने पर शेषफल क्या होगा?  
(a) 27 (b) 1  
(c) 8 (d) इनमें से कोई नहीं।
18.  $27^{500}$  को 28 से भाग देने पर शेषफल क्या होगा?  
(a) 27 (b) 1  
(c) 5 (d) इनमें से कोई नहीं।
19.  $21^{35}$  में 22 से भाग देने पर प्राप्त शेष में दहाई का अंक क्या होगा?  
(a) 0 (b) 1  
(c) 2 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।
20. यदि किसी भिन्न के अंश तथा हर दोनों में 1 जोड़ दिया जाए तो भिन्न  $\frac{2}{3}$  हो जाता है तथा अंश में 5

111. 13 से भाग देने पर क्या शेषफल आएगा?  
 (i) भाजक 100 का गुणज है।  
 (ii) 65 से भाग देने पर 10 शेष बचता है।  
 (a) कथन (i) पर्याप्त है।  
 (b) केवल कथन (ii) पर्याप्त है।  
 (c) दोनों की आवश्यकता है।  
 (d) दोनों को मिलाकर भी ज्ञात नहीं किया जा सकता।

112. गुणन  $5^{41} \times 7^{69} \times 3^{57}$  में इकाई का अंक क्या है?  
 (a) 7 (b) 5 (c) 3 (d) 1

**RAS-RTS (Pre.), 2016**

113. यदि  $Q + R > P + S$ , एवं  $P + Q > R + S$ , तब यह निश्चित है कि; (P, Q, R, S धनात्मक पूर्ण संख्याएँ हैं):  
 (a)  $Q > S$  (b)  $S < P$  (c)  $R > S$  (d)  $Q < S$

**RAS-RTS (Pre.), 2013**

114. 'n' के सभी पूर्णांक मानों की संख्या जिनके लिये  $n^2 + 48$  हमेशा पूर्ण वर्ग होगा, है:  
 (a) 3 (b) 6 (c) 8 (d) 12

**RAS-RTS (Pre.), 2013**

115. 200 अंकों की संख्या 1230123001230001230000.... के अंतिम दो अंक हैं:  
 (a) 00 (b) 01 (c) 12 (d) 23

**RAS-RTS (Pre.), 2013**

116. तीन से विभाज्य संख्याओं के अलावा 1 से 99 की गणना में 5 का अंक कितनी बार आएगा?  
 (a) 19 (b) 20 (c) 14 (d) 13

**RAS-RTS (Pre.), 2013**

117. निम्न में से कौन-सा अधिकतम है?  
 $\sqrt{59} - \sqrt{51}, \sqrt{37} - \sqrt{29}, \sqrt{87} - \sqrt{79}$

तथा  $\sqrt{79} - \sqrt{71}$

- (a)  $\sqrt{37} - \sqrt{29}$  (b)  $\sqrt{59} - \sqrt{51}$

- (c)  $\sqrt{87} - \sqrt{79}$  (d)  $\sqrt{79} - \sqrt{71}$

**RAS-RTS (Pre.), 2013**

118. नीचे दी गई संख्या श्रृंखला में ऐसे कितने 5 हैं जिनके ठीक पहले के दो अंकों का योग उसके बाद के दो अंकों के योग से अधिक नहीं है?  
 24593587652150503503

**RAS-RTS (Mains), 2016**

119. N तीन अंकों की 7 के गुणज की कोई संख्या हो तो उसके 5 के भी गुणज होने की क्या प्रायिकता है?

**RAS-RTS (Mains), 2016**

120. 1000 से अधिक न हो, वह सबसे बड़ी पूर्णांक संख्या क्या होगी, जिसे 5 से विभाजित करने पर शेषफल 3, 7 से विभाजित करने पर शेषफल 5 तथा 9 से विभाजित करने पर शेषफल 7 रहता है?

**RAS-RTS (Mains), 2016**

121. निम्न का मान ज्ञात कीजिये:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \left(1 - \frac{1}{25}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{900}\right)$$

**RAS-RTS (Mains), 2013**

### उत्तरमाला

1. (a) 2. (c) 3. (b) 4. (c) 5. (d) 6. (a) 7. (b) 8. (c) 9. (b) 10. (d)  
 11. (a) 12. (d) 13. (b) 14. (b) 15. (c) 16. (b) 17. (a) 18. (b) 19. (c) 20. (a)  
 21. (b) 22. (d) 23. (c) 24. (c) 25. (a) 26. (b) 27. (d) 28. (a) 29. (c) 30. (b)  
 31. (c) 32. (d) 33. (a) 34. (c) 35. (d) 36. (c) 37. (c) 38. (d) 39. (b) 40. (d)  
 41. (c) 42. (a) 43. (a) 44. (c) 45. (d) 46. (a) 47. (d) 48. (a) 49. (b) 50. (c)  
 51. (b) 52. (c) 53. (a) 54. (b) 55. (b) 56. (d) 57. (a) 58. (d) 59. (c) 60. (d)  
 61. (b) 62. (d) 63. (c) 64. (c) 65. (a) 66. (b) 67. (d) 68. (b) 69. (c) 70. (a)  
 71. (b) 72. (b) 73. (d) 74. (c) 75. (d) 76. (a) 77. (d) 78. (b) 79. (d) 80. (a)  
 81. (d) 82. (b) 83. (a) 84. (b) 85. (b) 86. (c) 87. (b) 88. (d) 89. (b) 90. (c)  
 91. (c) 92. (d) 93. (b) 94. (a) 95. (d) 96. (b) 97. (d) 98. (a) 99. (b) 100. (d)  
 101. (b) 102. (d) 103. (c) 104. (c) 105. (a) 106. (c) 107. (d) 108. (c) 109. (d) 110. (d)  
 111. (b) 112. (b) 113. (b) 114. (a) 115. (c) 116. (c) 117. (a)

### अभ्यास प्रश्नों के हल

1.  $\therefore$  46 से 92 तक की सभी प्राकृत संख्याओं का योग  
 $=$  (1 से 92 तक की सभी प्राकृत संख्याओं का योग)  
 $-$  (1 से 45 तक की सभी प्राकृत संख्याओं का योग)

$$= \frac{92(92+1)}{2} - \frac{45(45+1)}{2}$$

$$= 46 \times 93 - 22.5 \times 46$$

$$= 46(93 - 22.5) = 46 \times 70.5 = 3243$$

2. माना वे संख्याएँ  $a$  और  $b$  हैं  
तो  $a^2 + b^2 = 146$  ... (1)  
और  $(a - b)^2 = 36$   
 $\Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = 36$  ... (2)

समीकरण (1) में से (2) को घटाने पर,

$$\Rightarrow 2ab = 110$$

$$\Rightarrow ab = 55$$

3. माना संख्या का इकाई अंक  $= a$

तथा दहाई अंक  $= b$

अतः संख्या  $= 10b + a$

$$\Rightarrow \boxed{a + b = 9}$$
 ... (1)

तथा प्रश्न से,  $10a + b = 10b + a + 27$

$$\Rightarrow 9a - 9b = 27$$

$$\Rightarrow \boxed{a - b = 3}$$
 ... (2)

समीकरण (1) और (2) को जोड़ने पर

$$\Rightarrow \boxed{a = 6}$$

$a$  के इस मान को समीकरण (1) में रखने पर

$$\Rightarrow \boxed{b = 3}$$

संख्या के अंकों का गुणनफल  $= ab = 18$

4. माना कि संख्या का इकाई अंक  $= a$

तथा दहाई अंक  $= b$

$\therefore$  संख्या  $= 10b + a$

$\therefore$  अंकों को पलटने से बनी संख्या  $= 10a + b$

प्रश्न से,

$$\Rightarrow 10b + a - 10a - b = 54$$

$$\Rightarrow 9b - 9a = 54$$

$$\Rightarrow \boxed{b - a = 6}$$
 ... (1)

साथ ही प्रश्न से  $\boxed{a + b = 8}$  ... (2)

$\therefore$  समी. (1) + (2) से,

$$\Rightarrow 2b = 14 \Rightarrow \boxed{b = 7}$$

समी. (1) से,  $7 - a = 6 \Rightarrow \boxed{a = 1}$

$\therefore$  मूल संख्या  $= 71$

5. माना कि संख्या  $= N$

$\therefore$  भाजक  $\times$  भागफल + शेष  $=$  भाज्य

$$\Rightarrow \boxed{N = 672x + 68}$$
 (माना भागफल  $= x =$  पूर्ण संख्या)

$$\Rightarrow \therefore 672, 32$$
 से विभाज्य है

$$\Rightarrow 672 = 21 \times 32$$

$$\therefore N = 21x \times 32 + 2 \times 32 + 4$$

$$N = \frac{32}{\text{भाजक}} \frac{(21x + 2)}{\text{भागफल}} + \frac{4}{\text{शेष}}$$

$\therefore$  उस संख्या को 32 से भाग देने पर शेष 4 बचेगा

6. माना संख्याएँ  $a$  और  $b$  हैं

प्रश्न से,  $a + b = 17, ab = 72$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{ab} = \frac{17}{72}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = \frac{17}{72}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{17}{72}}$$

अर्थात् दोनों संख्याओं के व्युत्क्रमों का योग  $= \frac{17}{72}$

7. प्रथम 25 सम संख्याओं का योग  $= 25(25 + 1)$

$$= 25^2 + 25$$

प्रथम 25 विषम संख्याओं का योग  $= 25^2$

$\therefore$  दोनों का अंतर  $= 25^2 + 25 - 25^2 = 25$

8. प्रथम 30 सम संख्याओं का योग  $= 30(30 + 1)$

$$= 30^2 + 30$$

प्रथम 25 विषम संख्याओं का योग  $= 25^2$

$\therefore$  वांछित अंतर  $= 900 + 30 - 625$

$$= 305$$

9. माना संख्या  $= N$

$$\Rightarrow N = 44x + 27$$

$$N = 11 \times 4 \times x + 11 \times 2 + 5$$

$$= 11 \times 4x + 11 \times 2 + 5$$

अतः उस संख्या को 11 से भाग देने पर शेष 5 बचेगा

**अनुपात (Ratio)**

दो समान इकाई वाली राशियों के परिमाण की तुलना करना 'अनुपात' कहलाता है अर्थात् दो राशियों के मध्य निश्चित संबंध को 'अनुपात' कहते हैं। अनुपात से हमें ज्ञात होता है कि एक राशि के सापेक्ष दूसरी राशि की मात्रा कितनी है।

अनुपात का चिह्न ':' होता है तथा इसका कोई मात्रक अथवा इकाई नहीं होती है।

दो राशियों a तथा b का अनुपात वह भिन्न है, जिसके द्वारा एक राशि के पदों में दूसरी राशि को अभिव्यक्त किया जा सकता है। दो राशि a और b के अनुपात को a : b या  $\frac{a}{b}$  लिखा जाता है।

अनुपात a : b में a, अनुपात का प्रथम पद (First Term) अथवा पूर्व पद (Antecedent) तथा b, अनुपात का द्वितीय पद (Second Term) अथवा अंतिम पद (Consequent) कहलाता है।

$$\text{जैसे- } 2 : 5 = \frac{2}{5}$$

जहाँ 2 → प्रथम पद अथवा पूर्व पद

तथा 5 → द्वितीय पद अथवा अंतिम पद

जैसे- रमेश तथा सुरेश के पास क्रमशः 20 एवं 21 सिक्के हैं अर्थात् रमेश तथा सुरेश के बीच सिक्कों का अनुपात 20 : 21 या  $\frac{20}{21}$  है।

**उदाहरण:** एक दफ्तर में 100 लोग काम करते हैं, जिनमें 30 महिलाएँ हैं। दफ्तर में पुरुषों एवं महिलाओं की संख्या का अनुपात ज्ञात कीजिये।

**हल:** दफ्तर में कुल लोग = 100

महिलाओं की संख्या = 30

पुरुषों की संख्या = 100 - 30 = 70

अतः पुरुषों एवं महिलाओं की संख्या का अनुपात

$$= 70 : 30 = 7 : 3$$

**विभिन्न प्रकार के अनुपात  
(Various Types of Ratios)**

आजकल विभिन्न परीक्षाओं में अनुपात से संबंधित विभिन्न प्रकार के प्रश्न पूछे जाते हैं, जिनके अनुसार अनुपात को निम्न प्रकार में विभाजित किया जा सकता है:

1. वर्गानुपात या द्विघाती अनुपात (Duplicate Ratio)
2. वर्गमूलानुपात (Subduplicate Ratio)
3. घनानुपात या त्रिघाती अनुपात (Triplicate Ratio)
4. घनमूलानुपात (Subtriplicate Ratio)
5. विलोमानुपात या व्युत्क्रमानुपात (Inverse or Reciprocal Ratio)
6. जटिल अनुपात या मिश्रित अनुपात (Compound Ratio)

**वर्गानुपात या द्विघाती अनुपात (Duplicate Ratio)**

दो संख्याओं के वर्गों के बीच के अनुपात को उन संख्याओं का 'वर्गानुपात' या 'द्विघाती अनुपात' कहते हैं अर्थात् दो संख्याओं a और b के बीच के अनुपात a : b का वर्गानुपात  $a^2 : b^2$  है।

$$\text{जैसे- } 3 : 4 \text{ का वर्गानुपात } 3^2 : 4^2 = 9 : 16 \text{ है।}$$

**वर्गमूलानुपात (Subduplicate Ratio)**

दो संख्याओं के वर्गमूलों के बीच के अनुपात को उन संख्याओं का 'वर्गमूलानुपात' कहते हैं अर्थात् दो संख्याओं a और b के बीच के अनुपात a : b का वर्गमूलानुपात

$$\sqrt{a} : \sqrt{b} = (a)^{\frac{1}{2}} : (b)^{\frac{1}{2}} \text{ है।}$$

$$\text{जैसे- } 9 : 16 \text{ का वर्गमूलानुपात } \sqrt{9} : \sqrt{16} = 3 : 4 \text{ है।}$$

**घनानुपात या त्रिघाती अनुपात (Triplicate Ratio)**

दो संख्याओं के घनों के बीच के अनुपात को उन संख्याओं का 'घनानुपात' या 'त्रिघाती अनुपात' कहते हैं अर्थात् दो संख्याओं a और b के बीच के अनुपात a : b का घनानुपात  $a^3 : b^3$  है।

$$\text{जैसे- } 3 : 4 \text{ का घनानुपात } 3^3 : 4^3 = 27 : 64 \text{ है।}$$



**3. योगानुपात (Componendo)**

यदि  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  है, तो

$$\Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad (\text{Componendo})$$

उदाहरण:  $\frac{3}{2} = \frac{9}{6}$

$$\Rightarrow \frac{3+2}{2} = \frac{9+6}{6} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{15}{6} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

**4. अंतरानुपात (Dividendo)**

यदि  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  है, तो

$$\Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \quad (\text{Dividendo})$$

उदाहरण:  $\frac{5}{2} = \frac{20}{8} \Rightarrow \frac{5-2}{2} = \frac{20-8}{8}$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{12}{8} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

**5. योगांतरानुपात (Componendo-Dividendo)**

यदि  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  है, तो

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (\text{Componendo-Dividendo})$$

उदाहरण:  $\frac{7}{5} = \frac{21}{15} \Rightarrow \frac{7+5}{7-5} = \frac{21+15}{21-15}$

$$\Rightarrow \frac{12}{2} = \frac{36}{6} \Rightarrow \frac{6}{1} = \frac{6}{1}$$

**6. अनुलोम अनुपात अथवा समानुपाती**

*(Direct Proportion)*

दो राशियाँ अनुलोम अनुपात अथवा समानुपात में कहलाती हैं, यदि एक राशि में वृद्धि (या कमी) से दूसरी

राशि में भी उसी अनुपात में वृद्धि (या कमी) होती है। इसे लिखते हैं—  $x \propto y$

$\Rightarrow x = ky$ , जहाँ  $k$  एक अचर राशि है।

जैसे— माना कि कुलदीप 100 किमी. की दूरी 50 किमी./घंटा की चाल से तय करने में 2 घंटे का समय लेता है। यदि वह अपनी चाल को स्थिर रखे एवं दूरी को दोगुना (200 किमी.) कर दे तो उसको समय भी दोगुना (4 घंटे) लगेगा।

**पहली स्थिति:** दूरी = चाल × समय

$$100 = 50 \times 2$$

**दूसरी स्थिति:** समय =  $\frac{200}{50} = 4$  घंटे

**7. प्रतिलोम अनुपात अथवा व्युत्क्रमानुपाती**  
*(Inversely Proportion)*

दो राशियाँ प्रतिलोम अनुपात अथवा व्युत्क्रमानुपात में कहलाती हैं, यदि एक राशि में वृद्धि (या कमी) से दूसरी राशि में भी उसी अनुपात में कमी (या वृद्धि) होती है। इसे

लिखते हैं—  $x \propto \frac{1}{y}$

$\Rightarrow x = \frac{k}{y}$ , जहाँ  $k$  एक अचर राशि है।

जैसे— माना कि लोकेश 100 किमी. की दूरी 25 किमी./घंटा की चाल से तय करने में 4 घंटे का समय लेता है। यदि दूरी को स्थिर रखें एवं चाल को दोगुना (50 किमी./घंटा) कर दिया जाए तो समय आधा (2 घंटे) लगेगा।

**पहली स्थिति:** समय =  $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

$$\text{समय} = \frac{100}{25} = 4 \text{ घंटे}$$

**दूसरी स्थिति:** समय =  $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

$$\text{समय} = \frac{100}{50} = 2 \text{ घंटे}$$

**अभ्यास प्रश्न**

1. यदि  $x : y = 5 : 7$  तथा  $y : z = 2 : 9$  हो, तो  $x : z = ?$

- (a) 45 : 14                      (b) 10 : 63  
(c) 63 : 10                      (d) 14 : 45

2. यदि  $p : q = 1 : 2$  तथा  $q : r = 2 : 3$  तथा  $r : s = 1 : 3$  हो, तो  $p : s = ?$

- (a) 4 : 9                              (b) 9 : 1  
(c) 1 : 9                              (d) 10 : 21

3. यदि  $a : b = 2 : 3$  हो, तो  $(7a + 3b) : (7a - 4b) = ?$

- (a) 10 : 3                              (b) 23 : 2  
(c) 27 : 13                              (d) 3 : 2

4. यदि  $p$  का 60% =  $q$  का 80% हो तो  $p : q = ?$

- (a) 4 : 3      (b) 1 : 14      (c) 3 : 4      (d) 14 : 1

**उत्तरमाला**

1. (b) 2. (c) 3. (b) 4. (a) 5. (d) 6. (c) 7. (a) 8. (c) 9. (b) 10. (d)  
 11. (c) 12. (c) 13. (a) 14. (c) 15. (b) 16. (b) 17. (a) 18. (d) 19. (d) 20. (b)  
 21. (c) 22. (b) 23. (c) 24. (c) 25. (d) 26. (c) 27. (c) 28. (b) 29. (a) 30. (d)  
 31. (a) 32. (a) 33. (d) 34. (a) 35. (b) 36. (b) 37. (d) 38. (b) 39. (c) 40. (d)  
 41. (c) 42. (b) 43. (b) 44. (b) 45. (a) 46. (c) 47. (d) 48. (a) 49. (d) 50. (b)  
 51. (d) 52. (c)

**अभ्यास प्रश्नों के हल**

1.  $x : y = 5 : 7$  और  $y : z = 2 : 9$

$$\frac{x}{z} = \frac{x}{y} \times \frac{y}{z} = \frac{5}{7} \times \frac{2}{9} = \frac{10}{63}$$

$$\Rightarrow x : z = 10 : 63$$

2.  $p : q = 1 : 2$ ,  $q : r = 2 : 3$  और  $r : s = 1 : 3$

$$\frac{p}{s} = \frac{p}{q} \times \frac{q}{r} \times \frac{r}{s}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow p : s = 1 : 9$$

3.  $a : b = 2 : 3 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$

$$(7a + 3b) : (7a - 4b) \Rightarrow \frac{7a + 3b}{7a - 4b}$$

$$= \frac{b \left( \frac{7a}{b} + 3 \right)}{b \left( \frac{7a}{b} - 4 \right)} = \frac{7 \times \frac{2}{3} + 3}{7 \times \frac{2}{3} - 4} = \frac{23}{2} = 23 : 2$$

4.  $p$  का 60% =  $q$  का 80%

$$\Rightarrow p \times \frac{60}{100} = q \times \frac{80}{100}$$

$$\Rightarrow p \times 3 = q \times 4$$

$$\Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow p : q = 4 : 3$$

5.  $A : B : C$   
 $2 : 3 : 3$   
 $6 : 6 : 7$   


---

 $12 : 18 : 21$

$$\Rightarrow 4 : 6 : 7$$

6.  $3A = 4B \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{4}{3}$

$$5B = 6C \Rightarrow \frac{B}{C} = \frac{6}{5}$$

$$A : B : C$$

$$4 : 3 : 3$$

$$\Rightarrow 8 : 6 : 5$$

7.  $A \times \frac{1}{3} = B \times 0.8 = C \times \frac{50}{100}$

$$\Rightarrow \frac{A}{3} = \frac{4B}{5} = \frac{C}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{3} = \frac{B}{\frac{5}{4}} = \frac{C}{2}$$

$$\text{अतः } A : B : C = 3 : \frac{5}{4} : 2 = 12 : 5 : 8$$

8.  $A : B : C = 5 : 6 : 7$

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{5}{6}, \frac{B}{C} = \frac{6}{7}, \frac{C}{A} = \frac{7}{5}$$

$$\text{अतः } \frac{A}{B} : \frac{B}{C} : \frac{C}{A} = \frac{5}{6} : \frac{6}{7} : \frac{7}{5}$$

(5, 6 एवं 7 का ल.स. = 210)

$$= \frac{5}{6} \times 210 : \frac{6}{7} \times 210 : \frac{7}{5} \times 210$$

$$= 175 : 180 : 294$$

9.  $5 : 8 :: 15 : x$

$$\Rightarrow 5 \times x = 8 \times 15$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \times 15}{5}$$

$$\Rightarrow x = 24$$

10. माना संख्या  $x$  एवं  $y$  है तो

$$x : y = 5 : 4$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{4}$$

जब दो या दो से अधिक समान अथवा विभिन्न प्रकार के पदार्थों को एक निश्चित अनुपात में मिलाया जाता है तो प्राप्त नए पदार्थ को मिश्रण कहा जाता है। दो पदार्थों को मिलाने पर प्राप्त मिश्रण का रूप उन दोनों पदार्थों से भिन्न भी हो सकता है।

**उदाहरण:**

- शुद्ध दूध में पानी मिलाने पर दूध तथा पानी का मिश्रण प्राप्त होगा।
- जब टिन (Tin) तथा ताँबा (Copper) को एक निश्चित अनुपात में मिलाते हैं तो कांस्य (Bronze) का मिश्रण प्राप्त होता है।

### औसत मूल्य (Mean Price)

मिश्रण के एक इकाई माप के क्रय मूल्य को मिश्रण का 'औसत मूल्य' कहा जाता है।

**उदाहरण:** यदि ₹ 5 प्रति किग्रा. वाले 4 किग्रा. तथा ₹ 10 प्रति किग्रा. वाले 6 किग्रा. गेहूँ को मिला दिया जाता है तो प्राप्त मिश्रण का औसत मूल्य =  $\frac{5 \times 4 + 10 \times 6}{4 + 6} = \frac{80}{10} = ₹ 8$  प्रति किग्रा.

### मिश्रण के प्रकार (Types of Mixture)

मिश्रण को दो प्रकारों में विभाजित किया जा सकता है:

- साधारण मिश्रण (Simple Mixture):** जब दो विभिन्न प्रकार के शुद्ध पदार्थों को मिलाया जाता है तो प्राप्त मिश्रण को 'साधारण मिश्रण' कहते हैं।

**उदाहरण:** 7 लीटर दूध तथा 3 लीटर पानी को मिलाने पर प्राप्त मिश्रण, साधारण मिश्रण कहलाता है।

- यौगिक मिश्रण (Compound Mixture):** जब दो या दो से अधिक साधारण मिश्रणों को आपस में मिलाया जाता है तो इस प्रकार प्राप्त नया मिश्रण यौगिक मिश्रण कहलाता है।

**उदाहरण:** दूध और पानी के दो मिश्रण जिनमें दूध एवं पानी का अनुपात क्रमशः 5 : 2 एवं 4 : 1 है तो प्राप्त मिश्रण 'यौगिक मिश्रण' कहलाता है।

### मिश्रण का नियम (Rule of Alligation)

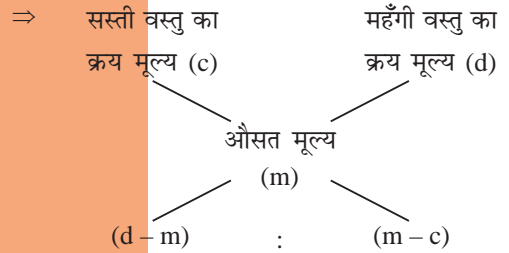
**नियम-1:** यदि दो या दो से अधिक वस्तुओं को एक निश्चित अनुपात में मिलाया जाता है तो

सस्ती वस्तु की मात्रा

महँगी वस्तु की मात्रा

$$= \frac{\text{महँगी वस्तु का क्रय मूल्य (d) - औसत मूल्य (m)}}{\text{औसत मूल्य (m) - सस्ती वस्तु का क्रय मूल्य (c)}}$$

इस नियम को नीचे दिखाए गए आरेख से प्रदर्शित किया जाता है:



$$\Rightarrow \text{सस्ती वस्तु की मात्रा} : \text{महँगी वस्तु की मात्रा}$$

**प्रमाण:** माना सस्ती वस्तु जिसका क्रय मूल्य ₹ c/ यूनिट है, की x यूनिट्स तथा महँगी वस्तु, जिसका क्रय मूल्य ₹ d/ यूनिट है, की y यूनिट्स को मिलाकर एक मिश्रण तैयार किया जाता है, जिसका क्रय मूल्य ₹ m/ यूनिट है तथा इसकी मात्रा (x + y) यूनिट्स हैं।

$$\therefore m(x + y) = c \times x + d \times y$$

$$\Rightarrow mx + my = cx + dy$$

$$\Rightarrow mx - cx = dy - my$$

$$\Rightarrow x(m - c) = y(d - m)$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{d - m}{m - c}$$

अतः	$\frac{\text{सस्ती वस्तु की मात्रा}}{\text{महँगी वस्तु की मात्रा}} = \frac{d - m}{m - c}$
-----	---

**उदाहरण:** ₹ 20 प्रति किग्रा. और ₹ 50 प्रति किग्रा. गेहूँ को किस अनुपात में मिलाया जाए कि मिश्रण का क्रय मूल्य ₹ 30 प्रति किग्रा. हो जाए?

### अभ्यास प्रश्न

- यदि 10 किग्रा. चावल ₹50/किग्रा. वाला एवं 15 किग्रा. चावल ₹40/किग्रा. वाला एक साथ मिला दिया जाए तो प्राप्त मिश्रण की कीमत कितने ₹/किग्रा. होगी?
  - ₹40/किग्रा.
  - ₹44/किग्रा.
  - ₹46/किग्रा.
  - ₹48/किग्रा.
- यदि ₹25/किग्रा. एवं ₹40/किग्रा. वाली चीनी को 3 : 2 के अनुपात में मिलाया जाए तो प्राप्त मिश्रण वाली चीनी कितने ₹/किग्रा. होगी?
  - ₹30/किग्रा.
  - ₹31/किग्रा.
  - ₹32/किग्रा.
  - ₹33/किग्रा.
- यदि दो वर्गों के विद्यार्थियों को आपस में मिला दिया जाए तो उनके औसत अंक 30 हो जाते हैं। जहाँ एक वर्ग का औसत अंक 25 एवं दूसरे वर्ग का औसत अंक 40 है तो दोनों वर्गों में विद्यार्थियों की संख्या का अनुपात क्या होगा?
  - 2 : 1
  - 3 : 2
  - 2 : 3
  - 1 : 4
- चीनी की कितनी मात्रा, जिसकी कीमत ₹40/किग्रा. है, ₹38/किग्रा. वाली 8 किग्रा. चीनी में मिलाया जाए कि मिश्रण को ₹40/किग्रा. में बेचने पर 4% का लाभ प्राप्त हो?
  - 2 किग्रा.
  - 2.2 किग्रा.
  - 2.4 किग्रा.
  - 2.6 किग्रा.
- एक व्यापारी के पास 6 क्विंटल चीनी थी। इसमें से उसने कुछ चीनी 7% लाभ पर तथा शेष 17% लाभ पर बेची। सारी चीनी पर उसे कुल 11% लाभ प्राप्त हुआ तो उसने 7% लाभ पर कितनी चीनी बेची?
  - 300 किग्रा.
  - 240 किग्रा.
  - 200 किग्रा.
  - 360 किग्रा.
- दूध एवं जल को किस अनुपात में मिलाया जाए कि मिश्रण को क्रय मूल्य पर बेचने पर भी 25% का लाभ हो?
  - 2 : 3
  - 4 : 1
  - 3 : 2
  - 1 : 4
- एक मिश्रण में दूध और पानी 5 : 2 के अनुपात में है और मिश्रण की मात्रा 280 ली. है। यदि उसमें 80 ली. पानी और मिला दिया जाए तो नया अनुपात (दूध एवं पानी का) क्या होगा?
  - 5 : 4
  - 4 : 5
  - 3 : 2
  - 2 : 3
- 40 ली. दूध के 50% विलयन में कितना पानी मिलाया जाए कि 10% दूध का विलयन प्राप्त हो जाए?
  - 120 ली.
  - 140 ली.
  - 160 ली.
  - 180 ली.
- यदि दूध की आरंभिक मात्रा  $v$  ली. है और उसमें से  $x$  ली. दूध को पानी द्वारा प्रतिस्थापित कर दिया जाता है तो इस प्रक्रिया को  $n$  बार करने के बाद मिश्रण में दूध की बची मात्रा होगी:
  - $\frac{n \cdot v}{x}$
  - $v - x \cdot n$
  - $v - x^n$
  - $v \left(1 - \frac{x}{v}\right)^n$
- एक पात्र में 50 ली. पेट्रोल रखा है, यदि उसमें से 5 ली. पेट्रोल निकालकर उसमें उतना ही डीजल मिला दिया जाए और इसी प्रक्रिया को तीन बार करने के बाद 50 ली. मिश्रण में पेट्रोल की मात्रा कितनी है?
  - 35 ली.
  - 36.45 ली.
  - 34 ली.
  - 36 ली.
- उपर्युक्त प्रश्न में दो बार प्रक्रिया के बाद डीजल की मात्रा मिश्रण में क्या होगी?
  - 10 ली.
  - 9.5 ली.
  - 8 ली.
  - 9 ली.
- यदि उपर्युक्त प्रश्न में पहली बार 5 ली. एवं दूसरी बार 6 ली. मिश्रण प्रतिस्थापित किया जाए तो पेट्रोल की मात्रा क्या होगी?
  - 39.6 ली.
  - 39.5 ली.
  - 39.4 ली.
  - 39.3 ली.
- एक बर्तन में दूध और पानी का अनुपात 7 : 4 है तथा दूसरे बर्तन में पानी और दूध का अनुपात 5 : 8 है तो दोनों बर्तनों में से किस अनुपात में मिश्रण लिये जाएँ कि इन्हें मिलाने से बने मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात 41 : 25 हो जाए?
  - 13 : 5
  - 5 : 13
  - 25 : 41
  - 7 : 11
- 80 ली. का एक बर्तन दूध एवं पानी से भरा हुआ है। बर्तन से 70% दूध एवं 30% पानी निकाला जाता है। इस प्रकार बर्तन 55% खाली हो जाता है तो प्रारंभ में बर्तन में दूध एवं जल की मात्रा क्रमशः क्या होगी?
  - 40 ली., 40 ली.
  - 50 ली., 30 ली.
  - 30 ली., 50 ली.
  - 45 ली., 35 ली.
- एक चिड़ियाघर में कुछ खरगोश एवं कुछ कबूतर हैं, जहाँ पैरों की कुल संख्या 580 है तथा सिरों की कुल संख्या 200 है तो कबूतरों की कुल संख्या कितनी है?
  - 90
  - 100
  - 110
  - 120

24. दूध पर मिश्रण के नियम से-

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{मिश्रण-A} & \text{मिश्रण-B} \\
 & \frac{4}{5} & \frac{2}{9} \\
 & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow \\
 & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\
 \Rightarrow & \frac{2}{5} - \frac{2}{9} & : \quad \frac{4}{5} - \frac{2}{5} \\
 \Rightarrow & \frac{8}{45} & : \quad \frac{2}{5} \\
 \Rightarrow & 8 & : \quad 18 \\
 \Rightarrow & 4 & : \quad 9
 \end{array}$$

25. शरबत पर मिश्रण के नियम से-

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{A} & \text{B} \\
 & \frac{7}{13} & \frac{11}{26} \\
 & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow \\
 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\
 \Rightarrow & \frac{2}{26} & : \quad \frac{1}{26} \\
 \Rightarrow & 2 & : \quad 1
 \end{array}$$

26. माना आरंभ में दूध की मात्रा = x लीटर

$$\text{शेष मात्रा} = \text{प्रारंभिक मात्रा} \left( 1 - \frac{\text{निकाली गई मात्रा}}{\text{बर्तन की क्षमता}} \right)^n$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow 75 &= x \left( 1 - \frac{75}{200} \right)^2 \\
 \Rightarrow \frac{75}{x} &= \left( \frac{5}{8} \right)^2 \\
 \Rightarrow \frac{75}{x} &= \frac{5 \times 5}{8 \times 8} \\
 \Rightarrow x &= 192 \text{ लीटर}
 \end{aligned}$$

27. माना बर्तन की क्षमता = x लीटर

$$\begin{aligned}
 \frac{36}{36+13} \times x &= x \left( 1 - \frac{8}{x} \right)^2 \\
 \Rightarrow \frac{36}{49} &= \left( 1 - \frac{8}{x} \right)^2 \\
 \Rightarrow \frac{6}{7} &= 1 - \frac{8}{x} \\
 \Rightarrow \frac{8}{x} &= \frac{1}{7} \\
 \Rightarrow x &= 56 \text{ लीटर}
 \end{aligned}$$

28.

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{I} & \text{II} & \text{III} \\
 & 30 & 45 & 70 \\
 & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow \\
 & 58 & & \\
 & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow \\
 (70-58) & : & (70-58) & : \quad [(58-45) + (58-30)] \\
 12 & : & 12 & : \quad 41
 \end{array}$$

29.

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{पुरुष} & \text{महिला} \\
 & 30000 & 26000 \\
 & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow \\
 & 27600 & \\
 & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow \\
 \Rightarrow & 1600 & : \quad 2400 \\
 \Rightarrow & 2 & : \quad 3
 \end{array}$$

$$\therefore 2 \text{ अनुपात} = 12$$

$$\therefore 1 \text{ अनुपात} = 6$$

$$\text{अतः कंपनी में कुल कर्मचारी} = (2 + 3) \times 6 = 30$$

30.

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{SBI} & \text{ICICI} \\
 & \frac{100000 \times 8 \times 1}{100} & \frac{100000 \times 12 \times 1}{100} \\
 \Rightarrow & 8000 & 12000 \\
 & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow \\
 & 9800 & \\
 \Rightarrow & 2200 & : \quad 1800 \\
 \Rightarrow & 11 & : \quad 9
 \end{array}$$

$$\therefore (11 + 9) \times 20 \text{ अनुपात} = 100000$$

$$\therefore 1 \text{ अनुपात} = 5000$$

$$\text{अतः SBI में किया गया निवेश} = 11 \text{ अनुपात} = ₹55000$$

$$31. \text{ क्रय मूल्य} = 95 \times \frac{100}{120} = \frac{475}{6}$$

$$\text{पहले तेल का मिश्रण} = 100 - \frac{475}{6}$$

$$= \frac{600 - 475}{6} = \frac{125}{6}$$

$$\text{तथा दूसरे तेल का मिश्रण} = \frac{475}{6} - 50 = \frac{475 - 300}{6} = \frac{175}{6}$$

$$\text{अभीष्ट अनुपात} = \frac{175}{6} : \frac{125}{6} = 7 : 5$$

**प्रतिशत (Percent):** प्रतिशत, गणित में किसी अनुपात को व्यक्त करने का एक तरीका है। 'प्रतिशत' शब्द लैटिन भाषा के **परसेंटम (Per Centum)** से लिया गया है, जिसका अर्थ है प्रति सौ या प्रति सैकड़ा (जैसे कि— 1 प्रतिशत = 1/100) प्रतिशत को गणितीय चिह्न '%' द्वारा निरूपित किया जाता है।

उदाहरण के लिये माना कि किसी विषय के प्रश्न-पत्र का अधिकतम अंक अर्थात् पूर्णांक 50 है और उस प्रश्न-पत्र में कोई विद्यार्थी 47 अंक प्राप्त करता है तो कहेंगे कि उस विद्यार्थी को  $\frac{47}{50} \times 100 = 94\%$  अंक मिले। इसी तरह यदि किसी कक्षा में 50 विद्यार्थियों में से केवल 35 ही उत्तीर्ण हुए तो कहेंगे कि 70% विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए तथा 30% अनुत्तीर्ण हुए।

स्पष्टतः x% का अर्थ है  $\frac{x}{100}$  यानी 100 का xवाँ भाग।

इस प्रकार अगर कोई भिन्न जिसका अंश 'x' या अन्य कोई चर या संख्या हो तथा हर 100 हो तो प्रतिशत कहा जाएगा तथा अंश उसके प्रतिशत की दर को दर्शाएगा।

**उदाहरण:** माना कि एक विद्यार्थी अपने स्कूल की वार्षिक परीक्षा में शामिल होता है तथा उसको विज्ञान विषय में 83 प्रतिशत अंक प्राप्त होते हैं। अगर विषय में अधिकतम अंक 100 हो तो इसका अर्थ हुआ कि विद्यार्थी ने 100 में से 83 अंक प्राप्त किये। यदि स्कूल की परीक्षा में कुल छः विषय हों तथा प्रत्येक विषय का अधिकतम अंक 100 हो एवं विद्यार्थी का प्रत्येक विषय में प्राप्तांक 83 प्रतिशत हो तो विद्यार्थी का कुल प्राप्तांक  $6 \times 83 = 498$  हुआ।

**संक्षेप रूप में—**

$$\text{कुल प्राप्तांक} = 600 \text{ का } 83\% = \frac{600 \times 83}{100} = 498$$

प्रतिशतता (Percentage) के अध्याय में गणितीय प्रक्रियाओं (Mathematical Operations) का महत्वपूर्ण योगदान है। विद्यार्थियों की प्रतिशतता संबंधी क्रिया विधि को आसान तथा तीव्र बनाने के लिये यहाँ कुछ गणितीय मान तालिका के रूप में दिये जा रहे हैं, जिनको विद्यार्थियों द्वारा कठस्थ किया जाना चाहिये।

$1/1 = 100\%$	$1/8 = 12\frac{1}{2}\%$	$1/100 = 1\%$
$1/2 = 50\%$	$1/9 = 11\frac{1}{9}\%$	$2/3 = 66\frac{2}{3}\%$
$1/3 = 33\frac{1}{3}\%$	$1/10 = 10\%$	$4/5 = 80\%$
$1/4 = 25\%$	$1/20 = 5\%$	$3/4 = 75\%$
$1/5 = 20\%$	$1/25 = 4\%$	$5/8 = 62\frac{1}{2}\%$
$1/6 = 16\frac{2}{3}\%$	$1/40 = 2\frac{1}{2}\%$	$10/11 = 90\frac{10}{11}\%$
$1/7 = 14\frac{2}{7}\%$	$1/50 = 2\%$	$4/25 = 16\%$

**दिये गए भिन्न को प्रतिशत में बदलना—**

दिये गए भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिये उसमें 100 से गुणा किया जाता है।

**उदाहरण:**

1.  $\frac{3}{5}$  का अभीष्ट प्रतिशत ज्ञात कीजिये।

$$\text{हल:} = \frac{3}{5} \times 100 = 60\%$$

2.  $\frac{2}{15}$  का अभीष्ट प्रतिशत ज्ञात कीजिये।

$$\text{हल:} = \frac{2}{15} \times 100 = 13\frac{1}{3}\%$$

**दिये गए प्रतिशत को भिन्न में बदलना—**

दिये गए प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिये उसे 100 से भाग दिया जाता है।

$$\text{उदाहरण: } 40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

प्रतिशतता से संबंधित प्रश्नों को उनकी प्रकृति के आधार पर निम्नलिखित प्रकारों में विभाजित किया जा सकता है।

**प्रकार-1:** यदि a का b% ज्ञात करना हो तो निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है।

$$a \text{ का } b\% = \frac{a \times b}{100}$$

तब सूत्र  $P\left(1+\frac{R_1}{100}\right)\left(1+\frac{R_2}{100}\right)\left(1+\frac{R_3}{100}\right)$  से,

$$= 160000 \times \left(1+\frac{3}{100}\right)\left(1+\frac{2.5}{100}\right)\left(1+\frac{5}{100}\right)$$

$$= 160000 \times \frac{103}{100} \times \frac{41}{40} \times \frac{21}{20} = 177366$$

अतः पटना शहर की वर्तमान जनसंख्या 177366 होगी।

### प्रकार-10: मशीन के अवमूल्यन (Depreciation)

#### पर आधारित प्रश्न-

यदि किसी मशीन का वर्तमान मूल्य P है तथा मशीन के अवमूल्यन (Depreciation) की दर R% वार्षिक है तब क्रमशः

1. n वर्ष बाद मशीन का मूल्य =  $P\left(1-\frac{R}{100}\right)^n$

2. n वर्ष पूर्व मशीन का मूल्य =  $\frac{P}{\left(1-\frac{R}{100}\right)^n}$

**उदाहरण:** एक सिनेमा हॉल का मूल्य प्रतिवर्ष 10% कम हो जाता है। यदि सिनेमा हॉल का वर्तमान मूल्य ₹81 लाख है, तो दो वर्ष पूर्व इसका मूल्य क्या था?

**हल:** सिनेमा हॉल का वर्तमान मूल्य P = ₹81 लाख

अवमूल्यन की दर =  $\frac{P}{\left(1-\frac{R}{100}\right)^n}$

$$\Rightarrow \frac{81}{\left(1-\frac{10}{100}\right)^2} = \left(\frac{81 \times 10 \times 10}{9 \times 9}\right)$$

$$= 100 \text{ लाख} = ₹1 \text{ करोड़}$$

### अभ्यास प्रश्न

- यदि a का 25%, b के 30% के बराबर है तो a, b का कितना प्रतिशत है?  
(a) 75% (b) 66.66%  
(c) 125% (d) 120%
- यदि a का 25%, b के 30% के बराबर है तो b, a का कितना प्रतिशत है?  
(a) 83.33% (b) 66.66%  
(c) 125% (d) 133.33%
- यदि a का b%, c के बराबर है तो a का c% कितना होगा?  
(a)  $\frac{b^2}{c}$  (b)  $\frac{c^2}{b}$   
(c)  $\frac{100^2}{c}$  (d)  $\frac{100^2}{b}$
- यदि a का b%, c के बराबर है तो b, c का कितना प्रतिशत है?  
(a)  $\frac{b^2}{a}$  (b)  $\frac{c^2}{b}$   
(c)  $\frac{100^2}{a}$  (d)  $\frac{100^2}{b}$
- यदि (a + b) का 10% = (a - b) का 50% हो तो a और b का अनुपात क्या है?  
(a) 6 : 5 (b) 3 : 2  
(c) 1 : 2 (d) 4 : 3
- शैलेश की आय दो महीनों में क्रमशः 20% और 30% बढ़ जाती है तो उसकी आय में प्रतिशत वृद्धि कितनी है?  
(a) 50% (b) 45%  
(c) 60% (d) 56%
- मिथिलेश की आय दो क्रमागत महीनों में क्रमशः 10% और 20% कम हो जाती है तो उसकी आय में कुल प्रतिशत कमी कितनी है?  
(a) 30% (b) 28%  
(c) 27% (d) 33%
- यदि चीनी के दाम में 20% वृद्धि हो जाए तो एक परिवार को चीनी की खपत में कितने प्रतिशत की कमी करनी चाहिये, ताकि उस पर आर्थिक बोझ न बढ़े (खर्च न बढ़े)?  
(a) 20% (b) 15%  
(c)  $\frac{120}{5}\%$  (d)  $\frac{100}{6}\%$
- यदि चीनी के दाम में 20% कमी हो जाए तो एक परिवार को चीनी की खपत में कितने प्रतिशत की वृद्धि करनी चाहिये, ताकि उसका खर्च यथावत् रह जाए?  
(a) 20% (b) 25% (c) 16% (d) 23%
- राम की आय, सीता की आय से 20% अधिक है तथा सीता की आय, मोहन की आय से  $33\frac{1}{3}\%$  कम

**उत्तरमाला**

1. (d) 2. (a) 3. (b) 4. (c) 5. (b) 6. (d) 7. (b) 8. (d) 9. (b) 10. (a)  
 11. (b) 12. (c) 13. (a) 14. (c) 15. (d) 16. (b) 17. (a) 18. (c) 19. (c) 20. (b)  
 21. (d) 22. (c) 23. (b) 24. (a) 25. (d) 26. (a) 27. (c) 28. (c) 29. (b) 30. (b)  
 31. (c) 32. (d) 33. (a) 34. (d) 35. (b) 36. (b) 37. (b) 38. (c) 39. (c) 40. (c)  
 41. (b) 42. (c) 43. (a) 44. (c) 45. (b) 46. (a) 47. (a) 48. (d) 49. (c) 50. (b)  
 51. (c) 52. (b) 53. (a) 54. (d) 55. (c) 56. (b) 57. (a) 58. (c) 59. (a) 60. (c)  
 61. (b) 62. (d) 63. (c) 64. (d) 65. (d) 66. (b) 67. (a) 68. (a) 69. (b) 70. (d)  
 71. (d) 72. (c) 73. (d) 74. (d) 75. (c) 76. (b) 77. (a) 78. (d) 79. (c) 80. (d)  
 81. (c) 82. (b) 83. (b) 84. (a) 85. (b) 86. (c) 87. (c) 88. (a) 89. (b) 90. (b)  
 91. (b) 92. (b) 93. (d) 94. (b) 95. (a) 96. (b) 97. (a) 98. (c)

**अभ्यास प्रश्नों के हल**

1. ∴ a का 25% = b का 30%

$$\therefore a \times \frac{25}{100} = b \times \frac{30}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{30}{100} \times \frac{100}{25} = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{6}{5} \times 100\% = 120\%$$

$$\Rightarrow a = 120\% \times b$$

2. ∴ a का 25% = b का 30%

$$\Rightarrow a \times \frac{25}{100} = b \times \frac{30}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{25}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{25}{30} \times 100\% = 83.33\%$$

$$\Rightarrow b = 83.33\% \times a$$

3. ∴  $a \times \frac{b}{100} = c$

$$\Rightarrow a = \frac{c \times 100}{b}$$

$$a \times c\% = \frac{c \times 100}{b} \times \frac{c}{100}$$

$$\Rightarrow a \text{ का } c\% = \frac{c^2}{b}$$

4. ∴  $a \times \frac{b}{100} = c$

$$\Rightarrow b = \frac{c}{a} \times 100$$

$$\Rightarrow b = c \times \frac{100}{a} \times \frac{100}{100} = \frac{c \times \left(\frac{100^2}{a}\right)}{100}$$

$$b = c \text{ का } \frac{100^2}{a} \text{ प्रतिशत}$$

5. ∴  $(a + b) \times \frac{10}{100} = (a - b) \times \frac{50}{100}$

$$\Rightarrow 2a + 2b = 10a - 10b$$

$$\Rightarrow 8a = 12b$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \Rightarrow a : b = 3 : 2$$

6. माना शैलेश की प्रारंभिक आय = ₹ 100

$$\therefore \text{ एक महीने बाद आय} = 100 + 100 \times \frac{20}{100} = ₹ 120$$

$$\text{दूसरे महीने के बाद उसकी आय} = 120 + 120 \times \frac{30}{100} = ₹ 156$$

$$\therefore \text{ शैलेश की आय में प्रतिशत वृद्धि} = \frac{156 - 100}{100} \times 100 = 56\% \text{ वृद्धि}$$

7. पहली विधि:

माना मिथिलेश की आय = ₹ 100

∴ एक महीने बाद मिथिलेश की आय

$$= 100 - 100 \times 10\% = 90$$

दो महीने बाद मिथिलेश की आय =  $90 - 90 \times 20\%$   
 $= 90 - 18 = 72$

$$\therefore \text{ प्रतिशत कमी} = \frac{100 - 72}{100} \times 100 = 28\%$$



- सभी पदों के योग तथा पदों की संख्या के अनुपात को औसत अथवा माध्य कहते हैं।

$$\text{औसत (A)} = \frac{\text{पदों का योग (s)}}{\text{पदों की संख्या (n)}}$$

**उदाहरण:** एक विद्यार्थी 4 विषयों में क्रमशः 60, 75, 70 तथा 55 अंक प्राप्त करता है। विद्यार्थी के चारों विषयों के अंकों का औसत है-

$$\begin{aligned} \text{हल: औसत (A)} &= \frac{S}{n} \\ &= \frac{60+75+70+55}{4} \\ &= \frac{260}{4} \\ &= 65 \end{aligned}$$

**नोट-** औसत हमेशा अधिकतम व न्यूनतम संख्या के बीच में होता है।

- यदि सभी संख्याओं को निश्चित मात्रा/अनुपात में बढ़ाया/घटाया जाता है तो औसत भी उतना ही घट/बढ़ जाता है।

(यदि A, B, C का औसत K है तथा A, B तथा C प्रत्येक में 3 की वृद्धि की जाती है तब औसत (K + 3) हो जाएगा)

**उदाहरण:** 30, 36 तथा 45 का औसत 37 है। प्रत्येक संख्या में 5 की वृद्धि करने पर औसत (37 + 5) होगा।

$$\begin{aligned} \text{हल: नया औसत} &= \frac{(30+5)+(36+5)+(45+5)}{3} \\ &= \frac{35+41+50}{3} = \frac{126}{3} \end{aligned}$$

$$\text{नया औसत} = 42$$

- यदि सभी संख्याओं को किसी निश्चित संख्या से गुणा किया जाता है तो औसत भी उतने गुना हो जाता है।

(यदि A, B, C का औसत K है तथा A, B तथा C तीनों में 2 से गुणा किया जाता है तो औसत 2K हो जाएगा।)

**उदाहरण:** 6, 12 तथा 15 का औसत 11 है। प्रत्येक संख्या में 3 से गुणा करने पर औसत  $11 \times 3 = 33$  होगा।

$$\text{हल: औसत (A)} = \frac{(6 \times 3) + (12 \times 3) + (15 \times 3)}{3}$$

$$= \frac{18+36+45}{3}$$

$$= \frac{99}{3} \Rightarrow 33$$

- क्रमागत संख्याओं का औसत एकदम मध्य की संख्या होती है।

$$\text{क्रमागत संख्याओं का औसत} = \frac{\text{प्रथम पद} + \text{अंतिम पद}}{2}$$

**नोट:** समांतर श्रेणी के औसत भी इसी सूत्र (Formula) से निकालते हैं।

**उदाहरण:** 1 से 1000 तक की संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिये।

$$\begin{aligned} \text{हल: औसत (A)} &= \frac{\text{प्रथम पद} + \text{अंतिम पद}}{2} \\ &= \frac{1+1000}{2} \\ &= \frac{1001}{2} = 500.5 \end{aligned}$$

- दो या दो से अधिक समूहों को मिलाकर नया समूह बनाया जाता है तब नया औसत

$$= \frac{n_1A + n_2B + n_3C + n_4D \dots}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + \dots}$$

**उदाहरण:** एक व्यक्ति ₹ 30 प्रति किलो के 20 किलो चावल ₹ 25 प्रति किलो के 30 किलो चावल के साथ मिला देता है। मिश्रण का औसत मूल्य कितना है?

$$\begin{aligned} \text{हल: औसत मूल्य} &= \frac{n_1A + n_2B}{n_1 + n_2} \\ &= \frac{30 \times 20 + 25 \times 30}{20 + 30} \\ &= \frac{600 + 750}{50} \\ &= \frac{1350}{50} \Rightarrow ₹ 27/\text{किलो} \end{aligned}$$

- प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का

$$\text{औसत} = \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$$

यहाँ (n) अंतिम संख्या है।

### अभ्यास प्रश्न

- प्रथम दस प्राकृत संख्याओं का औसत कितना है?
  - 45
  - 5
  - 6
  - 5.5
- प्रथम दस पूर्ण संख्याओं का औसत कितना होगा?
  - 4.5
  - 5
  - 4
  - 5.5
- उपासना को एक जाँच परीक्षा में सामान्य अध्ययन के चारों प्रश्न-पत्रों में क्रमशः 120, 110, 130 और 124 अंक प्राप्त हुए। अगर उसका प्रत्येक प्रश्न-पत्र 250 अंकों का था तो उसे हर प्रश्न-पत्र में औसत कितने अंक प्राप्त हुए?
  - 125
  - 122
  - 124
  - 121
- सोनु ने एक जाँच परीक्षा में सामान्य अध्ययन के चार प्रश्न-पत्रों में औसत 120 अंक प्राप्त किये। यदि उसने प्रथम पत्र में 130, द्वितीय पत्र में 113, तृतीय पत्र में 128 अंक प्राप्त किये तो किस प्रश्न-पत्र में उसे न्यूनतम अंक प्राप्त हुए?
  - द्वितीय
  - तृतीय
  - चतुर्थ
  - सूचनाएँ अपर्याप्त हैं।
- उपर्युक्त प्रश्न (4) में सोनु द्वारा किसी प्रश्न पत्र में अर्जित न्यूनतम अंक कितने हैं?
  - 113
  - 115
  - 109
  - सूचनाएँ अपर्याप्त हैं।
- जयराम की कक्षा में उपस्थित 30 विद्यार्थियों की एक परीक्षा में औसत अंक 52 हैं, लेकिन बाद में पाया कि औसत निकालते समय एक विद्यार्थी के अंक 88 की जगह 28 लिख दिये गए थे। अतः गलती सुधारने पर कक्षा के औसत अंक कितने होंगे?
  - 52
  - 52.5
  - 54
  - इनमें से कोई नहीं।
- एक कक्षा के विद्यार्थियों का परीक्षा में प्राप्त औसत अंक 64 है। यदि व्यक्तित्व परीक्षण में सभी विद्यार्थियों को 30-30 अंक दे दिये जाएँ तो अब कक्षा के विद्यार्थियों का औसत अंक कितना होगा?
  - 64
  - 75
  - 94
  - सूचनाएँ अपर्याप्त हैं।
- राम, श्याम और सीता की औसत आयु 28 वर्ष है। राम और श्याम की औसत आयु 30 वर्ष है। यदि अभी सीता के पिता की आयु उसकी आयु की दोगुनी है तो इन चारों की औसत आयु कितनी है?
  - 30 वर्ष
  - 33 वर्ष
  - 35 वर्ष
  - सूचनाएँ अपर्याप्त हैं।
- राम, श्याम और सीता की औसत आयु 28 वर्ष है। जबकि राम और श्याम की औसत आयु 30 वर्ष है। यदि 2 वर्ष पूर्व सीता के छोटे भाई की आयु उसकी आयु की आधी थी तो अभी तीनों पुरुषों की आयु का औसत कितना है?
  - 28 वर्ष
  - 22 वर्ष
  - $26\frac{1}{3}$  वर्ष
  - $24\frac{1}{3}$  वर्ष
- राम, श्याम और सीता की वर्तमान औसत आयु 30 वर्ष है। यदि इन तीनों की आयु का अनुपात 1 : 2 : 3 है तो केवल राम और श्याम की आयु का औसत कितना होगा?
  - $22\frac{1}{2}$  वर्ष
  - $33\frac{1}{2}$  वर्ष
  - 30 वर्ष
  - इनमें से कोई नहीं।
- 9 लड़कों के समूह में प्रथम चार विद्यार्थियों की औसत लंबाई 170 सेमी. है तथा अंतिम चार की औसत लंबाई 180 सेमी. है। बताइये कि पाँचवें विद्यार्थी की लंबाई कितनी होगी, ताकि समूह की औसत लंबाई 175 सेमी. हो सके:

77. सत्यम ने आधी दूरी कार से 64 किमी./घंटा की चाल से तथा शेष आधी दूरी 96 किमी./घंटा की चाल से तय करता है। पूरी यात्रा के दौरान उसकी औसत चाल कितनी है?
- (a) 84.2 किमी./घंटा (b) 75 किमी./घंटा  
(c) 76.8 किमी./घंटा (d) 80 किमी./घंटा

78. हिमांशु A से B तक 70 किमी. 18 किमी./घंटा की चाल से, B से C तक 70 किमी. 15 किमी./घंटा की चाल से तथा C से D तक 70 किमी. 20 किमी./घंटा की चाल से जाता है। A से D तक जाने के दौरान उसकी औसत चाल क्या थी?
- (a) 18.12 किमी./घंटा (b) 17.67 किमी./घंटा  
(c) 17.42 किमी./घंटा (d) 18 किमी./घंटा

### उत्तरमाला

1. (d) 2. (a) 3. (d) 4. (c) 5. (c) 6. (c) 7. (c) 8. (b) 9. (d) 10. (a)  
11. (c) 12. (a) 13. (b) 14. (d) 15. (d) 16. (b) 17. (c) 18. (b) 19. (d) 20. (c)  
21. (a) 22. (b) 23. (c) 24. (b) 25. (b) 26. (b) 27. (d) 28. (b) 29. (a) 30. (b)  
31. (c) 32. (c) 33. (a) 34. (a) 35. (b) 36. (b) 37. (d) 38. (b) 39. (d) 40. (b)  
41. (c) 42. (a) 43. (c) 44. (b) 45. (c) 46. (a) 47. (c) 48. (d) 49. (b) 50. (c)  
51. (c) 52. (a) 53. (d) 54. (b) 55. (c) 56. (a) 57. (a) 58. (b) 59. (a) 60. (b)  
61. (c) 62. (d) 63. (b) 64. (d) 65. (d) 66. (a) 67. (c) 68. (b) 69. (b) 70. (d)  
71. (a) 72. (b) 73. (c) 74. (c) 75. (c) 76. (a) 77. (c) 78. (c)

### अभ्यास प्रश्नों के हल

1. प्रथम दस प्राकृत संख्याओं का औसत  

$$= \frac{\text{प्रथम दस प्राकृत संख्याओं का योग}}{10}$$

$$= \frac{10(10+1)}{2 \times 10} = \frac{11}{2} = 5.5 \left( \frac{(n+1)}{2} \text{ सूत्र से} \right)$$
2. प्रथम दस पूर्ण संख्याओं का औसत  

$$= \frac{0+1+2+3+4+5+6+7+8+9}{10} = \frac{45}{10} = 4.5$$
3. प्रत्येक प्रश्न-पत्र में प्राप्त औसत अंक  

$$= \frac{120+110+130+124}{4} = \frac{484}{4} = 121$$
4. सोनू द्वारा चारों प्रश्न-पत्रों में प्राप्त कुल अंक  

$$= 120 \times 4 = 480$$
  
 अतः चतुर्थ प्रश्न-पत्र में प्राप्त अंक  

$$= 480 - 130 - 113 - 128 = 109$$
  
 अतः न्यूनतम अंक चतुर्थ प्रश्न-पत्र में प्राप्त हुए।
5. किसी प्रश्न-पत्र में सोनू द्वारा प्राप्त न्यूनतम अंक = 109
6. शुरुआत में कक्षा के सभी विद्यार्थियों के अंकों का योग =  $52 \times 30 = 1560$

- ∴ अंक सुधारने पर अंकों का कुल योग  

$$= 1560 - 28 + 88 = 1620$$
- ∴ कक्षा के औसत अंक =  $\frac{1620}{30} = 54$
7. यदि सभी विद्यार्थियों के अंक 30 - 30 बढ़ जाएँ तो औसत अंक भी 30 बढ़ जाएगा।  
 कक्षा का औसत अंक =  $64 + 30 = 94$
8. राम, श्याम और सीता की आयु का योग =  $28 \times 3 = 84$  वर्ष  
 राम और श्याम की आयु का योग =  $30 \times 2 = 60$  वर्ष  
 सीता की आयु =  $84 - 60 = 24$  वर्ष  
 सीता के पिता की आयु =  $2 \times 24 = 48$   
 अतः चारों की औसत आयु =  $\frac{84+48}{4} = \frac{132}{4} = 33$  वर्ष
9. ∴ राम, श्याम और सीता की आयु का योग  

$$= 28 \times 3 = 84$$
 वर्ष  
 राम और श्याम की आयु का योग =  $30 \times 2 = 60$  वर्ष

## महत्तम समापवर्तक एवं लघुत्तम समापवर्त्य (H.C.F. and L.C.M.)

अंकगणित को पढ़ने के क्रम में यह अध्याय (महत्तम समापवर्तक तथा लघुत्तम समापवर्त्य) महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। ल.स. तथा म.स. का प्रयोग कर परीक्षा में तीव्र गति से प्रश्नों को हल किया जा सकता है, साथ ही समय की बचत भी होती है। एक ओर जहाँ कुछ अध्यायों; जैसे- समय तथा दूरी, कार्य तथा समय, पाइप तथा टंकी में ल.स. तथा म.स. का प्रयोग किया जाता है, वहीं कुछ प्रश्नों जैसे अधिकतम साइज की टाइल, अधिकतम लंबाई का टेप तथा कुछ संख्याओं वाले प्रश्न सीधे-सीधे ल.स. तथा म.स. पर ही आधारित होते हैं।

प्रश्नों को हल करते समय प्रायः समापवर्तक (Common Factor) तथा गुणज या समापवर्त्य (Common Multiple) का प्रयोग होगा, आइये समझते हैं।

### गुणखंड तथा गुणज (Factor and Multiple)

किसी दी गई संख्या का गुणखंड वह संख्या है जो उस संख्या को पूर्णतः विभाजित करती है।

जैसे- 24, 6 से पूर्णतः विभाजित होता है।

तो 6, 24 का एक गुणखंड होगा।

जबकि यदि कोई संख्या, किसी अन्य संख्या से पूर्णतः विभाजित होती है तो पहले वाली संख्या, भाग देने वाली संख्या का गुणज या अपवर्त्य (Multiple) कहलाती है।

जैसे- 32, 8 से पूर्णतः विभाजित होता है

तो 32, 8 का एक अपवर्त्य है।

### दी गई प्राकृतिक संख्याओं में किसी संख्या के अपवर्त्य/ गुणज की संख्या ज्ञात करना-

प्रथम  $n$  प्राकृत संख्याओं में  $a$  के कुल अपवर्त्यों की संख्या =  $\left[ \frac{n}{a} \right]$

जहाँ,  $[ ] \rightarrow$  अधिकतम पूर्णांक फलन अर्थात्  $[ ]$  के अंदर की संख्या का मान हमेशा पूर्णांक ही बचता है, शेष संख्या हट जाती है।

जैसे-  $[1.22] \Rightarrow 1$ ,  $[5.99] \Rightarrow 5$ ,  $[.99] \Rightarrow 0$

**उदाहरण :** प्रथम 158 संख्याओं में 3 के कुल कितने अपवर्त्य (Multiple) होंगे?

**हल:** 3 के कुल अपवर्त्यों की संख्या =  $\left[ \frac{158}{3} \right] = [52.66] \Rightarrow 52$

### समापवर्तक तथा समापवर्त्य (Common Factor and Common Multiple)

दो या दो से अधिक संख्याओं का समापवर्तक (Common Factor) वह संख्या होती है जो दी गई सभी संख्याओं को पूर्णतः विभाजित कर सके।

जैसे- 12, 18 तथा 30 के समापवर्तक 2, 3 तथा 6 होंगे, क्योंकि तीनों संख्याएँ 2, 3 तथा 6 से पूर्णतः विभाजित होती हैं।

दो या दो से अधिक संख्याओं का समापवर्त्य वह संख्या होती है जो दी गई सभी संख्याओं से पूर्णतः विभाजित हो।

जैसे- '45'; 1, 3, 5, 9, 15 तथा 45 से पूर्णतः विभाजित होता है। अतः 45; 1, 3, 5, 9, 15 तथा 45 का एक समापवर्त्य (Multiple) है।

### महत्तम समापवर्तक तथा लघुत्तम समापवर्त्य (Highest Common Factor and Least Common Multiple)

दो या दो से अधिक संख्याओं का म.स. (HCF) वह बड़ी-से-बड़ी संख्या होती है जिससे दी गई सभी संख्याएँ पूर्णतः विभाजित हो सकें।

जबकि दो या दो से अधिक संख्याओं का ल.स. (LCM) वह छोटी-से-छोटी संख्या होती है, जो दी गई सभी संख्याओं द्वारा पूर्णतः विभाजित हो सके।

जैसे- 6, 15, 18 का म.स. (HCF) = 3

(क्योंकि 3 वह बड़ी-से-बड़ी संख्या है जिससे 6, 15 तथा 18 पूर्णतः विभाजित होती है।)

6, 15 व 18 का ल.स. (LCM) = 180

(क्योंकि 180 वह छोटी-से-छोटी संख्या है जो 6, 15 तथा 18 तीनों से पूर्णतः विभाजित होती है।)

**उदाहरण:** वह बड़ी-से-बड़ी संख्या ज्ञात कीजिये जिससे 159, 185 तथा 259 को भाग देने पर शेषफल क्रमशः 3, 5 तथा 7 बचे।

$$\text{हल: } 159 - 3 = 156$$

$$185 - 5 = 180$$

$$259 - 7 = 252$$

अभीष्ट संख्या = 156, 180 तथा 252 का म.स.

2	156, 180, 252
2	78, 90, 126
3	39, 45, 63
	13, 15, 21

$\therefore$  अभीष्ट संख्या =  $2 \times 2 \times 3 = 12$

### अभ्यास प्रश्न

- वह छोटे-से-छोटा भार ज्ञात कीजिये जो 200 ग्राम, 650 ग्राम और 350 ग्राम; तीनों बाटों से पूर्णतया तौला जा सके?
  - 6700 ग्राम
  - 17.5 किग्रा.
  - 18.2 किग्रा.
  - 26.6 किग्रा.
- वह बड़े-से-बड़ा बाट कौन-सा है जो तीन भागों, 220 ग्राम, 650 ग्राम और 350 ग्राम को पूरी तरह तौल सके?
  - 20 ग्राम
  - 10 ग्राम
  - 5 ग्राम
  - इनमें से कोई नहीं।
- तीन अलार्म-घंटियाँ (Bells) प्रत्येक 12, 15 और 20 मिनट के बाद बजती हैं। यदि अभी वे एक साथ बजें तो कितने समय बाद पुनः वे तीनों एक साथ बजेंगी?
  - तीन घंटे बाद
  - एक घंटे बाद
  - 150 मिनट बाद
  - निर्धारित नहीं किया जा सकता।
- एक केमिकल फैक्ट्री में 555 लीटर, 444 लीटर और 518 लीटर की तीन टंकियाँ केमिकल से भरी हुई हैं। वह बड़ी-से-बड़ी माप (लीटर में) क्या होगी जो उन्हें पूरा-पूरा माप सके?
  - 11 लीटर
  - 44 लीटर
  - 26 लीटर
  - 37 लीटर
- राम, श्याम और हरि एक वृत्ताकार रास्ते पर दौड़ना शुरू करते हैं। वे क्रमशः 32 सेकेंड, 36 सेकेंड और 40 सेकेंड में रास्ते का एक चक्कर लगाते हैं। वे अगर एक साथ दौड़ना शुरू करते हैं तो जब वे प्रारंभिक बिंदु पर एक साथ पहुँचेंगे तो उस समय तक राम कितने चक्कर दौड़ चुका होगा?
  - 45 चक्कर
  - 40 चक्कर
  - 36 चक्कर
  - 32 चक्कर
- वह छोटी-से-छोटी संख्या कौन-सी है जिसे 12, 15, 18 और 20 से भाग देने पर शेष 4 बचे?
  - 364
  - 244
  - 152
  - 184
- 100 से 700 तक के बीच 9 के कितने गुणज होंगे?
  - 70
  - 66
  - 77
  - 65
- 4 अंकों की सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है जो 12, 15, 18 और 20 से भाग देने पर पूर्णतः विभाजित हो जाए?
  - 9950
  - 9920
  - 9900
  - इनमें से कोई नहीं।
- 3 अंकों की सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है, जिसमें 12, 15, 18 और 20 से भाग देने पर शेष 8 बचे?
  - 923
  - 908
  - 988
  - 966
- वह 3 अंकों की सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है, जिसमें 12, 15, 18 और 20 से भाग देने पर शेष क्रमशः 7, 10, 13 और 15 हों?
  - 895
  - 925
  - 932
  - 976
- वह बड़ी-से-बड़ी संख्या कौन-सी है जिससे 887 और 514 में भाग देने पर क्रमशः 5 और 10 शेष बचें?
  - 42
  - 126
  - 168
  - 242
- राम, श्याम, हरि, गोपाल और मदन एक वृत्ताकार रास्ते पर एक साथ दौड़ना शुरू करते हैं। वे क्रमशः 1 मिनट, 1.5 मिनट, 2 मिनट, 2.5 मिनट और 3 मिनट में रास्ते का एक चक्कर पूरा करते हैं। अगर सभी लगातार

### अभ्यास प्रश्नों के हल

1. अभीष्ट भार = 200, 650 और 350 का ल.स.

$$\begin{array}{r|l} 50 & 200, 650, 350 \\ \hline & 4, 13, 7 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ल.स.} &= 50 \times 4 \times 13 \times 7 \\ &= 18200 \text{ ग्राम} = 18.2 \text{ किलो.} \end{aligned}$$

2. तीनों भारों को पूरी तरह तौल सकने वाला बाट  
= 220, 650 और 350 का म.स.

$$\begin{aligned} \therefore 220 &= 2 \times 11 \times 2 \times 5 \\ 650 &= 2 \times 5 \times 13 \times 5 \\ 350 &= 7 \times 5 \times 2 \times 5 \end{aligned}$$

अतः म.स. =  $2 \times 5 = 10$

अतः 10 ग्राम का बाट तीनों भारों को पूर्णतः तौल सकता है।

3. पुनः वे तीनों एक साथ अपने ल.स. के बराबर समय के बाद बजेंगी।

$$\begin{array}{r|l} 4 & 12, 15, 20 \\ 5 & 3, 15, 5 \\ 3 & 3, 3, 1 \\ \hline & 1, 1, 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ल.स.} &= 4 \times 5 \times 3 = 60 \text{ मिनट} \\ &= \text{एक घंटे बाद} \end{aligned}$$

4. इन तीनों टंकियों को मापने की बड़ी-से-बड़ी माप  
= 555, 444 और 518 का म.स.

$$\begin{aligned} \therefore 555 &= 111 \times 5 = 37 \times 3 \times 5 \\ 444 &= 111 \times 4 = 37 \times 3 \times 4 \\ 518 &= 2 \times 259 = 2 \times 37 \times 7 \end{aligned}$$

म.स. = 37

अतः वह माप = 37 लीटर

5. सबसे पहले हमें यह पता करना होगा कि वे कितने समय बाद एक साथ प्रारंभिक बिंदु पर होंगे = 32, 36 और 40 का ल.स.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 32, 36, 40 \\ 2 & 16, 18, 20 \\ 2 & 8, 9, 10 \\ \hline & 4, 9, 5 \end{array}$$

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 4 \times 9 \times 5 = 1440 \text{ सेकेंड}$$

इतने समय में राम द्वारा लगाए गए चक्करों की संख्या  
 $= \frac{1440}{32} = 45$  चक्कर

6. अभीष्ट संख्या = 12, 15, 18, 20 का ल.स. + 4

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12, 15, 18, 20 \\ 3 & 6, 15, 9, 10 \\ 2 & 2, 5, 3, 10 \\ 5 & 1, 5, 3, 5 \\ \hline & 1, 1, 3, 1 \end{array}$$

ल.स. =  $2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 3 = 180$

अतः अभीष्ट संख्या =  $180 + 4 = 184$

7. 1 से 700 तक 9 के गुणज =  $\left[ \frac{700}{9} \right] = 77$

1 से 100 तक 9 के गुणज =  $\left[ \frac{100}{9} \right] = 11$

$\therefore$  100 से 700 तक 9 के गुणज =  $77 - 11 = 66$

8. प्रश्नानुसार अभीष्ट संख्या 12, 15, 18, 20 के ल.स. से विभाज्य होने वाली 4 अंकों की सबसे बड़ी संख्या होगी अर्थात् 180 से विभाज्य होगी।

$\therefore$  चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या = 9999

$\therefore 9999 = 180 \times 55 + 99$

अतः सबसे बड़ी विभाज्य संख्या =  $9999 - 99 = 9900$

9.  $\therefore$  12, 15, 18, 20 के ल.स. = 180

$\therefore$  तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या = 999

$\therefore 999 = 180 \times 5 + 99$

अतः 180 से विभाज्य तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या =  $999 - 99 = 900$

अतः वह संख्या जिसमें 12, 15, 18, 20 से भाग देने पर शेष 8 बचे =  $900 + 8 = 908$

10. 12, 15, 18, 20 से विभाजित होने वाली 3 अंकों की सबसे बड़ी संख्या = 900 (उपर्युक्त प्रश्न से)

चूँकि सभी भाजकों और शेषों का अंतर बराबर है

$$(12 - 7) = (15 - 10) = (18 - 13) = (20 - 15) = 5$$

अतः अभीष्ट संख्या =  $900 - 5 = 895$

11. अभीष्ट संख्या  $(887 - 5) = 882$  और

$$(514 - 10) = 504 \text{ का म.स. होगी।}$$

$\therefore 882 = 2 \times 7 \times 3 \times 7 \times 3$

$$504 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 2 \times 2$$

$\therefore$  म.स. =  $2 \times 7 \times 3 \times 3 = 126$

यह अध्याय परीक्षा की दृष्टि से बहुत महत्वपूर्ण है। इस अध्याय में हम वर्गमूल से संबंधित प्रश्नों को सरलतम विधि से हल करना सीखेंगे। इस अध्याय में जो विधियाँ हम सीखेंगे उनकी सहायता से विभिन्न प्रश्नों में आने वाले वर्गमूल तथा घनमूल सरलता से कर सकेंगे।

**वर्ग:** किसी भी संख्या को दो बार गुणा करने पर प्राप्त संख्या उस संख्या का वर्ग कहलाती है अर्थात् किसी भी संख्या को उसी संख्या से गुणा करने पर प्राप्त संख्या उस संख्या का वर्ग होती है।

जैसे- 1. 8 का वर्ग =  $8 \times 8 = 64$

2. 22 का वर्ग =  $22 \times 22 = 484$

**वर्गमूल:** वर्गमूल वह संख्या होती है जिसे उसी संख्या से गुणा करने पर प्राप्त संख्या उसका वर्ग होती है। इसे  $\sqrt{x}$  तथा  $(x)^{1/2}$  से प्रदर्शित करते हैं।

जैसे- 1.  $\sqrt{576} = 24$  या  $(576)^{1/2} = 24$

2.  $\sqrt{1024} = 32$  या  $(1024)^{1/2} = 32$

**घन:** किसी भी संख्या को तीन बार गुणा करने पर प्राप्त संख्या उस संख्या का घन कहलाती है अर्थात् किसी संख्या को उसी संख्या से दो बार और गुणा करने पर प्राप्त संख्या उस संख्या का घन होती है।

जैसे- 1. 5 का घन =  $5 \times 5 \times 5 = 125$

2. 13 का घन =  $13 \times 13 \times 13 = 2197$

**घनमूल:** घनमूल वह संख्या होती है जिसे उसी संख्या से दो बार गुणा करने पर प्राप्त संख्या उसका घन होती है। इसे  $\sqrt[3]{x}$  या  $(x)^{1/3}$  से प्रदर्शित करते हैं।

जैसे- 1.  $\sqrt[3]{1331} = 11$  या  $\sqrt[3]{11 \times 11 \times 11} = 11$

2.  $\sqrt[3]{729} = 9$  या  $\sqrt[3]{9 \times 9 \times 9} = 9$

### 1-30 तक वर्ग संख्याएँ

1 - 1	7 - 49	13 - 169	19 - 361	25 - 625
2 - 4	8 - 64	14 - 196	20 - 400	26 - 676
3 - 9	9 - 81	15 - 225	21 - 441	27 - 729
4 - 16	10 - 100	16 - 256	22 - 484	28 - 784
5 - 25	11 - 121	17 - 289	23 - 529	29 - 841
6 - 36	12 - 144	18 - 324	24 - 576	30 - 900

### कुछ महत्वपूर्ण तथ्य

- एक पूर्ण संख्या का इकाई अंक 0, 1, 4, 5, 6, 8, 9 इनमें से कोई एक होता है। 2, 3 तथा 7 कभी भी किसी भी वर्ग संख्या के इकाई अंक नहीं होते।
- यदि किसी पूर्ण वर्ग संख्या का इकाई अंक 1 है तो उनके वर्गमूल का अंतिम अंक 1 या 9 में से कोई एक होगा।

$$1 \rightarrow 1 \text{ या } 9$$

- यदि किसी पूर्ण वर्ग संख्या का इकाई अंक 4 है तो उनके वर्गमूल का अंतिम अंक 2 या 8 में से कोई एक होगा।

$$4 \rightarrow 2 \text{ या } 8$$

- यदि किसी पूर्ण वर्ग संख्या का इकाई अंक 9 है तो उनके वर्गमूल का अंतिम अंक 3 या 7 में से कोई एक होगा।

$$9 \rightarrow 3 \text{ या } 7$$

- उपर्युक्त तथ्यों से निष्कर्ष निकलता है कि

$$6 \rightarrow 4 \text{ या } 6$$

- यदि किसी पूर्ण वर्ग संख्या का इकाई अंक क्रमशः 0 तथा 5 है तो उनके वर्गमूल का अंतिम अंक भी क्रमशः 0 तथा 5 होगा।

$$5 \rightarrow 5$$

$$0 \rightarrow 0$$

### वर्गमूल ज्ञात करने की विधियाँ

#### अभाज्य गुणनखंड विधि

1. 225 का वर्गमूल ज्ञात कीजिये।

**चरण: I** सर्वप्रथम दी गई संख्या के अभाज्य गुणनखंड करते हैं।

**चरण: II** गुणनखंडों को दो-दो के समान संख्याओं के जोड़े में रखेंगे।

2. 5735339 का घनमूल ज्ञात कीजिये।

$$\begin{array}{r} \text{हल: } \sqrt[3]{5735339} \\ = \sqrt[3]{\underline{5735} \ \underline{339}} \\ \quad \downarrow \ \downarrow \\ \quad 17 \ 9 \end{array}$$

अभीष्ट घनमूल = 179

3. 941192 का घनमूल ज्ञात कीजिये।

$$\begin{array}{r} \text{हल: } \sqrt[3]{941192} \\ = \sqrt[3]{\underline{941} \ \underline{192}} \\ \quad \downarrow \ \downarrow \\ \quad 9 \ 8 \end{array}$$

अभीष्ट घनमूल = 98

4. 8242408 का घनमूल ज्ञात कीजिये।

$$\begin{array}{r} \text{हल: } \sqrt[3]{8242408} \\ = \sqrt[3]{\underline{8242} \ \underline{408}} \\ \quad \downarrow \ \downarrow \\ \quad 20 \ 2 \end{array}$$

अभीष्ट घनमूल = 202

5. 3723875 का घनमूल ज्ञात कीजिये।

$$\begin{array}{r} \text{हल: } \sqrt[3]{3723875} \\ = \sqrt[3]{\underline{3723} \ \underline{875}} \\ \quad \downarrow \ \downarrow \\ \quad 15 \ 5 \end{array}$$

अभीष्ट घनमूल = 155

### अभ्यास-प्रश्न

निर्देश (प्र.सं. 1-8): प्रश्न चिह्न का मान ज्ञात कीजिये।

1.  $\sqrt{441} + \sqrt{961} = ?$

- (a) 42 (b) 52  
(c) 50 (d) 32

2.  $\sqrt{93636} = ?$

- (a) 206 (b) 406  
(c) 316 (d) 306

3.  $\sqrt{2.4025} = ?$

- (a) 1.45 (b) 14.5  
(c) 1.55 (d) 1.25

4.  $\sqrt{? \times 729} = 9$

- (a)  $\frac{1}{9}$  (b) 9  
(c) 81 (d)  $\frac{1}{3}$

5.  $\sqrt[3]{15625} = ?$

- (a) 15 (b) 25  
(c) 35 (d) 45

6.  $\sqrt[3]{512} \times \sqrt[3]{1728} + \sqrt[3]{343} - \sqrt[3]{27} = ?$

- (a) 100 (b) 10  
(c) 110 (d) 24

7.  $\sqrt[3]{13.824} = ?$

- (a) 2.8 (b) 2.6  
(c) 2.4 (d) 3.4

8.  $\sqrt[3]{\frac{592.704}{74.088}} = ?$

- (a) 2 (b) 1 (c) 3 (d) 5

9. एक विद्यालय में प्रार्थना स्थल पर 9409 छात्र इस प्रकार बैठे हैं कि प्रत्येक पंक्ति में उतने ही छात्र हैं, जितनी की कुल पंक्तियाँ हैं तो बताइये कि एक पंक्ति में कितने छात्र हैं?

- (a) 97 (b) 93 (c) 103 (d) 91

10. एक बगीचे में विभिन्न पंक्तियों में 12167 पेड़ घन के रूप में लगे हुए हैं तो बताइये कि बगीचे में पेड़ों की कितनी पंक्तियाँ हैं?

- (a) 33 (b) 23 (c) 27 (d) 13

11. एक घनाकार बॉक्स का आयतन 21.952 घन सेमी. है तो बॉक्स की भुजा ज्ञात कीजिये।

- (a) 2.6 सेमी. (b) 2.8 सेमी.  
(c) 1.8 सेमी. (d) 2.2 सेमी.

12.  $\sqrt{13 + \sqrt{4 + \sqrt{25}}} = ?$

- (a) 5 (b) 4  
(c) 2 (d) 6

13. x का मान ज्ञात कीजिये।

$$\sqrt{6400 + \sqrt{961 + \sqrt{100}}} = (x)^2$$

- (a) 11 (b)  $\sqrt{11}$   
(c) 10 (d) 121



51. यदि  $a = 5$  हो, तो  $7a\sqrt{a^3 - a^2} = ?$   
 (a) 250 (b) 150  
 (c) 350 (d) 100
52.  $\frac{(2.2)^3 + (3.1)^3}{(3.1)^2 - 6.82 + (2.2)^2} = ?$   
 (a) 4.1 (b) 5.3 (c) 0.9 (d) 1.1
53.  $\frac{(0.8)^3 - (0.7)^3}{(0.7)^2 + 0.56 + (0.8)^2} = ?$   
 (a) 0.1 (b) 1.5 (c) 0.5 (d) 1
54.  $\left(\sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = ?$   
 (a)  $5\frac{1}{7}$  (b)  $\frac{5}{7}$  (c)  $7\frac{1}{5}$  (d) 5
55.  $(11 + 2\sqrt{29})(11 - 2\sqrt{29})$  का वर्गमूल ज्ञात कीजिये।  
 (a) 4 (b) 2 (c) 11 (d)  $\sqrt{5}$
56.  $\left(\sqrt{7} - \frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2 = ?$   
 (a)  $5\frac{1}{7}$  (b)  $5\frac{2}{7}$   
 (c)  $1\frac{5}{7}$  (d)  $\frac{5}{7}$

57. निम्नलिखित का सरलतम मान ज्ञात कीजिये।  
 $\sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots \infty}}} = ?$   
 (a) 5 (b) 6  
 (c) -5 (d) 4
58.  $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots \infty}}} = ?$   
 यदि  $\infty = 5$  हो तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिये।  
 (a) 25 (b) 15  
 (c) 20 (d) 10
59. यदि  $2\sqrt{3} + \sqrt{27} = 12.05$  हो, तो  $\sqrt{75} + 8\sqrt{3}$  का मान ज्ञात कीजिये।  
 (a) 31 (b) 31.33  
 (c) 33.31 (d) 32.33
60. यदि  $a = \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} - 1}$  तथा  $b = \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} + 1}$  हो, तो  $(a^2 + b^2)$  का मान ज्ञात कीजिये।  
 (a) 14 (b) 15  
 (c) 10 (d) 12
61. 1 से अधिक वह छोटे-से-छोटा पूर्णांक ज्ञात कीजिये, जो एक साथ किन्हीं कतिपय पूर्णाकों का वर्ग व घन हो।  
**RAS-RTS (Mains), 2016**

### उत्तरमाला

1. (b) 2. (d) 3. (c) 4. (a) 5. (b) 6. (a) 7. (c) 8. (a) 9. (a) 10. (b)  
 11. (b) 12. (b) 13. (b) 14. (a) 15. (c) 16. (a) 17. (d) 18. (c) 19. (b) 20. (c)  
 21. (b) 22. (c) 23. (b) 24. (d) 25. (d) 26. (c) 27. (b) 28. (a) 29. (c) 30. (a)  
 31. (c) 32. (c) 33. (a) 34. (b) 35. (a) 36. (c) 37. (a) 38. (d) 39. (c) 40. (b)  
 41. (a) 42. (c) 43. (b) 44. (d) 45. (a) 46. (c) 47. (b) 48. (d) 49. (b) 50. (a)  
 51. (c) 52. (b) 53. (a) 54. (c) 55. (d) 56. (a) 57. (b) 58. (c) 59. (b) 60. (a)

### अभ्यास प्रश्नों के हल

$$1. \sqrt{441} + \sqrt{961}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 21 & & 31 \end{array}$$

$$21 + 31 = 52$$

अतः विकल्प (b) सही है।

$$2. \sqrt{93636}$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 30 & 6 \end{array}$$

$$\text{अभीष्ट वर्गमूल} = 306$$

अतः विकल्प (d) सही है।

$$3. \sqrt{24025}$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 15 & 5 \end{array}$$

$$\text{अभीष्ट वर्गमूल} = 155$$

अतः विकल्प (c) सही है।

$$4. \text{माना ?} = x$$

$$\Rightarrow \sqrt{x \times 729} = 9$$

$$\Rightarrow x \times 729 = 9^2$$

$$\Rightarrow x \times 729 = 81$$

## डी.एल.पी. बुकलेट्स की विशेषताएँ

- आयोग के नवीनतम पैटर्न पर आधारित अध्ययन सामग्री।
- पैराग्राफ, बुलेट फॉर्म, सारणी, फ्लोचार्ट तथा मानचित्र का उपयुक्त समावेश।
- विषयवस्तु की सरलता, प्रामाणिकता तथा परीक्षा की दृष्टि से उपयोगिता पर विशेष ध्यान।
- क्विक रिवीजन हेतु प्रत्येक अध्याय में महत्त्वपूर्ण तथ्यों का संकलन।
- प्रत्येक अध्याय के अंत में विगत वर्षों में पूछे गए एवं संभावित प्रश्नों का समावेश।

Website : [www.drishtiIAS.com](http://www.drishtiIAS.com)

E-mail : [online@groupdrishti.com](mailto:online@groupdrishti.com)



DrishtiIAS



YouTube Drishti IAS



drishtiias



drishtithevisionfoundation

641, First Floor, Dr. Mukherjee Nagar, Delhi-110009

Phones : 011-47532596, +91-8130392354, 813039235456