

Think  
IAS...  




 Think  
Drishti

मध्य प्रदेश लोक सेवा आयोग (MPPSC)

# गणित

## (भाग-१)

दूरस्थ शिक्षा कार्यक्रम (*Distance Learning Programme*)

Code: MPC01



मध्य प्रदेश लोक सेवा आयोग (MPPSC)

सीसैट  
**गणित**  
(भाग-1)



641, प्रथम तल, डॉ. मुखर्जी नगर, दिल्ली-110009

दूरभाष: 011-47532596, 8750187501

टोल फ्री : 1800-121-6260

Web: [www.drishtiIAS.com](http://www.drishtiIAS.com)

E-mail : [online@groupdrishti.com](mailto:online@groupdrishti.com)

पाठ्यक्रम, नोट्स तथा बैच संबंधी updates निरंतर पाने के लिये निम्नलिखित पेज को “like” करें

[www.facebook.com/drishtithevisionfoundation](https://www.facebook.com/drishtithevisionfoundation)

[www.twitter.com/drishtiias](https://www.twitter.com/drishtiias)

|                                 |           |
|---------------------------------|-----------|
| 1. संख्या पद्धति                | 5 – 29    |
| 2. औसत                          | 30 – 49   |
| 3. प्रतिशतता                    | 50 – 74   |
| 4. लाभ और हानि                  | 75 – 95   |
| 5. अनुपात-समानुपात एवं साझेदारी | 96 – 115  |
| 6. आयु से संबंधित प्रश्न        | 116 – 128 |
| 7. मिश्रण                       | 129 – 136 |
| 8. साधारण एवं चक्रवृद्धि ब्याज  | 137 – 150 |
| 9. समय तथा कार्य                | 151 – 176 |

## अध्याय

### 1

# संख्या पद्धति (Number System)

वर्तमान समय में हम जिस संख्या पद्धति का उपयोग करते हैं, उसे दाशमिक पद्धति कहा जाता है। इसमें दस संकेतों 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 का उपयोग किया जाता है।

#### दाशमिक पद्धति में (In Decimal System)-

- जब हम किसी संख्या को लिखते हैं तो अंकों के विभिन्न स्थानों को दाईं ओर से बाईं ओर की तरफ क्रमशः इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार, दस हजार इत्यादि नाम देते हैं, जैसे-

|  |   |   |   |   |   |
|--|---|---|---|---|---|
| 5  | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| ↓  | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| लाख    दस हजार    हजार    सैकड़ा    दहाई    इकाई |   |   |   |   |   |

- अतः किसी संख्या में दाएँ से बाएँ जाने पर अंकों के मान में दस गुना वृद्धि होती जाती है अर्थात्

|    |    |       |    |             |
|----|----|-------|----|-------------|
| 8  | 8  | 8     | 8  | आठ हजार     |
| ↓  | ↓  | ↓     | ↓  | आठ सौ अठासी |
| आठ | आठ | अस्सी | आठ |             |
|    |    |       |    | हजार    सौ  |

अर्थात् किसी अंक के दो तरह के मान होते हैं-

- (A) **अंकित मान या शुद्ध मान या वास्तविक मान-**  
यह किसी अंक का वास्तविक मान होता है, जो 0 से 9 के बीच ही हो सकता है। यह कभी बदलता नहीं है।

- (B) **स्थानीय मान-** किसी अंक का वह मान जो संख्या में उसके स्थान विशेष के कारण होता है, उस अंक का स्थानीय मान कहलाता है। जैसे 53834 में, दोनों ही 3 का वास्तविक मान तो 3 ही है, लेकिन दहाई के स्थान पर के 3 का स्थानीय मान 30 है और हजार के स्थान पर के 3 का स्थानीय मान 3000 है।

अतः स्थानीय मान इस प्रकार प्राप्त किये जा सकते हैं-

|   |                 |                 |                 |                 |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 8   | 8               | 8               | 8               | 8               |
| ↓   | ↓               | ↓               | ↓               | ↓               |
| दस हजार    हजार    सैकड़ा    दहाई    इकाई |                 |                 |                 |                 |
| $8 \times 10000$                          | $8 \times 1000$ | $8 \times 100$  | $8 \times 10$   | $8 \times 1$    |
| $8 \times 10^4$                           | $8 \times 10^3$ | $8 \times 10^2$ | $8 \times 10^1$ | $8 \times 10^0$ |

#### संख्याओं के प्रकार (Types of Number)

- प्राकृत संख्याएँ (या प्राकृतिक संख्याएँ) (Natural Numbers):** जिन संख्याओं का प्रयोग हम वस्तुओं को गिनने के लिये करते हैं, उन्हें प्राकृत संख्याएँ या गणन संख्याएँ कहते हैं। जैसे- 1, 2, 3, 4, 5..... इत्यादि।

नोट: शून्य (0) प्राकृत संख्या नहीं है, क्योंकि हम संख्या 1 से गिनना शुरू करते हैं।

अतः सबसे छोटी या प्रथम प्राकृत संख्या = 1

- पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers):** प्राकृत संख्याओं में शून्य को सम्मिलित करने पर प्राप्त संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 0, 1, 2, 3, 4, 5..... इत्यादि

- सम संख्याएँ (Even Numbers):** ऐसी प्राकृत संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाजित हो जाएँ, उन्हें 'सम संख्याएँ' कहते हैं। जैसे 2, 4, 6, 8..... इत्यादि।

- विषम संख्याएँ (Odd Numbers):** ऐसी प्राकृत संख्याएँ जो 2 से पूर्णतः विभाजित न हों तथा शेष 1 बचे, उन्हें 'विषम संख्याएँ' कहते हैं। जैसे 1, 3, 5, 7, 9... इत्यादि।

$$(\text{सम संख्या})^n = \text{सम संख्या}$$

$$(\text{विषम संख्या})^n = \text{विषम संख्या}$$

जहाँ  $n$  कोई प्राकृतिक संख्या है।

प्राकृतिक संख्या  
(Natural Number)

- 
- ```

graph TD
    A[Natural Number] --> B[Even Number]
    A --> C[Odd Number]
    
```
- पूर्णांक (Integers):** प्राकृत संख्याओं में शून्य तथा ऋणात्मक संख्याओं को भी सम्मिलित करने पर प्राप्त संख्याएँ 'पूर्णांक' कहलाती हैं। जैसे -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.....

नोट: शून्य न हो धनात्मक और न ही ऋणात्मक पूर्णांक है।

- अभाज्य संख्याएँ (Prime Numbers):** 1 से बड़ी ऐसी प्राकृत संख्याएँ, जो स्वयं और 1 के अलावा

भिन्नों में बड़ा-छोटा ज्ञात करना (तुलना)

- यदि भिन्नों के हर समान हैं तो बड़े अंश वाली भिन्न बड़ी होगी। जैसे-  $\frac{7}{5} > \frac{3}{5} > \frac{1}{5}$
  - यदि भिन्नों के अंश समान हैं तो छोटे हर वाली भिन्न सबसे बड़ी होगी। जैसे-  $\frac{7}{5} > \frac{7}{9} > \frac{7}{11}$   
अतः अगर आपको कुछ भिन्नों में तुलना करनी हो तो आपको या तो उन सबके हर बाराबर करने की अथवा अंश बराबर करने की कोशिश करनी चाहिये।

3. यदि दिये गए भिन्नों में उनके अंशों या हरों का अंतर समान है, तो

- (a) सबसे छोटे अंश वाली भिन्न सबसे बड़ी होगी।

- (b) सबसे बड़े अंश वाली भिन्न सबसे बड़ी होगी।  
अगर अंश हर से छोटा है। जैसे  $\frac{11}{13} > \frac{9}{11} > \frac{7}{9} > \frac{5}{7}$

अभ्यास प्रश्न

1. 46 से 92 तक की सभी प्राकृत संख्याओं का योग कितना होगा?

  - 3243
  - 2743
  - 4536
  - 1833

2. दो संख्याओं के वर्गों का योग 146 है। यदि उनके अंतर का वर्ग 36 है तो दोनों संख्याओं का गुणनफल है:

  - 72
  - 160
  - 55
  - 16

3. दो अंकों वाली किसी संख्या के अंकों का योग 9 है। यदि अंकों को पलट दिया जाए तो बनने वाली संख्या पूर्ववर्ती संख्या से 27 अधिक है। संख्या के अंकों का गुणनफल कितना होगा?

  - 14
  - 18
  - 48
  - 63

4. दो अंकों की एक संख्या और अंकों को पलटने से बनी संख्या में अंतर 54 है। यदि अंकों का योग 8 है तो मूल संख्या क्या है?

  - 62
  - 53
  - 71
  - 80

5. यदि किसी संख्या को 672 से भाग देने पर शेष 68 बचता है तो उसी संख्या को 32 से भाग देने पर शेष कितना बचेगा?

  - 68
  - 18
  - 7
  - 4

6. दो संख्याओं का योग 17 तथा गुणनफल 72 है। उनके व्युत्क्रमों का योग कितना होगा?

  - $\frac{17}{72}$
  - $\frac{1}{7}$
  - $\frac{1}{17}$
  - $\frac{17}{89}$

7. प्रथम 25 सम संख्याओं का योग तथा प्रथम 25 विषम संख्याओं के योग का अंतर कितना होगा?

  - 50
  - 25
  - 125
  - 250

8. प्रथम 30 सम संख्याओं के योग तथा प्रथम 25 विषम संख्याओं के योग का अंतर कितना होगा?

  - 30
  - 150
  - 305
  - 456

9. किसी संख्या को 44 से भाग देने पर 27 शेष बचता है तो उसे 11 से भाग देने पर कितना शेष बचेगा?

  - 4
  - 5
  - 0
  - 7

10. दो क्रमागत विषम संख्याओं के वर्गों का अंतर 48 है। वे संख्याएँ कौन-सी हैं?

  - 19, 17
  - 13, 15
  - 21, 23
  - 11, 13

11. दो अंकों की एक संख्या के अंकों का योग 8 है। उस संख्या में से जब 54 को घटाया जाता है तो उसके अंक पलट जाते हैं। निम्न में से कौन-सी वह मूल संख्या है?

  - 71
  - 17
  - 62
  - 53

12. एक संख्या जो दो अंकों की है का इकाई अंक, दहाई अंक से 4 अधिक है। वह संख्या तथा उसके अंकों को आपस में बदलने से बनी नई संख्या का अंतर 36 है। वह मूल संख्या क्या है?

  - 26
  - 37
  - 59
  - आँकड़े अपर्याप्त हैं।

13. तीन धनात्मक संख्याएँ इस प्रकार हैं कि दूसरी संख्या का वर्ग पहली और तीसरी संख्या के गुणनफल के बराबर है। पहली और दूसरी संख्या का योग 10 है तथा दूसरी संख्या में 24 जोड़ने पर तीसरी संख्या मिलती है। क्रमशः तीनों संख्याएँ क्या होंगी?
- (a) 18, 9, 42                                  (b) 2, 8, 32  
 (c) 6, 6, 30                                    (d) 3, 7, 31
14. संख्या  $5843k5$  में  $k$  का मान क्या होगा, यदि यह संख्या 11 से पूर्णतः विभाजित हो?
- (a) 5                                                (b) 7  
 (c) 9                                                (d) 0
15. संख्या  $253k54$  में  $k$  के किस मान के लिये यह 22 से विभाजित होगा।
- (a) 5                                                (b) 3  
 (c) 1                                                (d) 4
16. 4 अंकों वाली सबसे बड़ी संख्या कौन-सी होगी, जो 72 से विभाज्य हो?
- (a) 9972                                         (b) 9936  
 (c) 9916                                         (d) 9984
17.  $27^{27}$  को 28 से भाग देने पर शेषफल क्या होगा?
- (a) 27                                                (b) 1  
 (c) 8                                                (d) इनमें से कोई नहीं।
18.  $27^{50}$  को 28 से भाग देने पर शेषफल क्या होगा?
- (a) 27                                                (b) 1  
 (c) 5                                                (d) इनमें से कोई नहीं।
19.  $21^{35}$  में 22 से भाग देने पर प्राप्त शेष में दहाई का अंक क्या होगा?
- (a) 0                                                (b)  
 (c) 1                                                (d) इनमें से कोई नहीं।  
 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।
20. यदि किसी भिन्न के अंश तथा हर दोनों में 1 जोड़ दिया जाए तो भिन्न  $\frac{2}{3}$  हो जाती है तथा अंश को 5 और हर को 2 बढ़ा देने पर भिन्न 1 हो जाती है। निम्न में से कौन सा वह मूल भिन्न है?
- (a)  $\frac{5}{8}$                                                 (b)  $\frac{10}{13}$   
 (c)  $\frac{7}{11}$                                                 (d) इनमें से कोई नहीं।
21. 275 से 600 के बीच की कितनी संख्याएँ 2, 3 और 5 से विभाजित होंगी?
- (a) 8                                                (b) 10  
 (c) 13                                                (d) इनमें से कोई नहीं।
22. निम्न में से कौन सी संख्या 44 से पूर्णतः विभाजित होगी?
- (a) 3632                                         (b) 3656  
 (c) 3674                                         (d) 3608
23. 27432 को किसी भाजक से भाग देने पर भागफल 118 है तथा शेषफल 56 है। भाजक कितना है?
- (a) 272                                                (b) 2072  
 (c) 232                                                (d) 2302
24. एक संख्या को 17 से भाग देने पर 3 शेष बचता है। यदि इसके भागफल को 3 से भाग दें तो 2 शेष बचता है। यदि इस संख्या को 51 से भाग दिया जाए तो शेष क्या बचेगा?
- (a) 50                                                (b) 1  
 (c) 37                                                (d) इनमें से कोई नहीं।
25. किसी संख्या में 7 से भाग देने पर 5 शेष बचता है। इस संख्या के वर्ग को 7 से भाग देने पर शेष क्या बचेगा?
- (a) 4                                                (b) 5  
 (c) 3                                                (d) 6
26. दो संख्याएँ ऐसी हैं कि बड़ी संख्या को छोटी संख्या से भाग देने पर भागफल 5 तथा शेषफल 25 है। बताएँ कि बड़ी संख्या कौन-सी है, अगर उन दोनों का अंतर 1353 है?
- (a) 1272                                         (b) 1685  
 (c) 1774                                         (d) 1826
27. यदि संख्या  $3234k36$ , 9 से पूर्णतः विभाजित हो जाती है तो  $k$  के स्थान पर कौन-सा अंक आएगा?
- (a) 5                                                (b) 3  
 (c) 7                                                (d) 6
28. भिन्नों  $\frac{2}{5}, \frac{2}{4}, \frac{4}{7}, \frac{6}{9}, \frac{8}{9}$  को ध्यानपूर्वक अवलोकित करें और बताएँ कि निम्न में से कौन-सा कथन सत्य है?
- (a) ये आरोही क्रम में हैं।  
 (b) ये अवरोही क्रम में हैं।  
 (c) ये किसी निश्चित क्रम में सजे हुए नहीं हैं।  
 (d) सूचनाएँ अपर्याप्त हैं।

- |     |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        |                                                                                                                                                                                                             |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 29. | 1200 में किस छोटी-से-छोटी संख्या को गुणा किया जाए कि ये पूर्ण वर्ग बन जाए?                                                                                                                                                         | (a) 1<br>(c) 3                          | (b) 2<br>(d) 5                         | 36. एक जाँच परीक्षा में एक प्रश्न में किसी राशि का $\frac{5}{7}$ निकालने को कहा गया था। एक विद्यार्थी ने भूलवश उस राशि का $\frac{5}{17}$ निकाल दिया और उसका उत्तर सही उत्तर से 50 कम था। वह राशि कौन-सी है? |
| 30. | वह न्यूनतम संख्या जिससे 21600 को गुणा करने पर एक पूर्ण घन प्राप्त होगा, के अंकों का योग है:                                                                                                                                        | (a) 4<br>(c) 2                          | (b) 1<br>(d) 3                         | (a) 223<br>(c) 119                                                                                                                                                                                          |
| 31. | निम्नलिखित संख्याओं में कौन सी किसी प्राकृत संख्या का वर्ग नहीं है?                                                                                                                                                                | (a) 62500<br>(c) 42437                  | (b) 2025<br>(d) 20164                  | (b) 315<br>(d) 107                                                                                                                                                                                          |
| 32. | यदि किसी भिन्न के अंश को 20% बढ़ा दिया जाए तथा हर को 20% घटा दिया जाए तो भिन्न $\frac{9}{10}$ हो जाता है तो भिन्न क्या है?                                                                                                         | (a) $\frac{3}{4}$<br>(c) $\frac{5}{6}$  | (b) $\frac{5}{7}$<br>(d) $\frac{3}{5}$ | 37. किसी संख्या को भाजक द्वारा भाग देने पर शेषफल 24 आता है। जब उसी संख्या की दोगुनी संख्या को उसी भाजक द्वारा भाग देते हैं तो शेषफल 11 आता है, तो भाजक ज्ञात करें?                                          |
| 33. | यदि $\frac{3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{3}, \frac{5}{9}, \frac{9}{13}, \frac{4}{7}, \frac{2}{5}$ भिन्नों को उनके मूल्यों के आरोही क्रम में सजाया जाए तो कौन-सी भिन्न तीसरे स्थान पर होगी?                                          | (a) $\frac{2}{5}$<br>(c) $\frac{9}{13}$ | (b) $\frac{5}{9}$<br>(d) $\frac{1}{3}$ | (a) 13<br>(c) 37                                                                                                                                                                                            |
| 34. | एक माली के पास 1000 पौधे हैं। वह इन पौधों को इस प्रकार लगाना चाहता है कि पंक्तियों और स्तंभों की संख्या समान हो। इसके लिये उसको कम-से-कम कितने और पौधों की आवश्यकता है?                                                            | (a) 14<br>(c) 24                        | (b) 32<br>(d) 34                       | 38. किसी संख्या के $\frac{3}{7}$ का मान 105 है। उस संख्या के $\frac{2}{5}$ का मान क्या होगा?                                                                                                                |
| 35. | एक माली अपने बर्गीचे में बीज बोना चाहता है, लेकिन वह ऐसे बोना चाहता है कि पंक्तियों और स्तंभों की संख्या समान हो। अगर बीजों के एक पैकेट में 150 बीज रहते हों तो उसे कितने न्यूनतम पैकेट खरीदने चाहिये, ताकि एक भी बीज फालतू न बचे। | (a) 5<br>(c) 9                          | (b) 4<br>(d) 6                         | (a) 95<br>(c) 140                                                                                                                                                                                           |
| 36. | किसी संख्या के घनमूल का 6 गुना 6 के घन का आधा है। संख्या ज्ञात कीजिये?                                                                                                                                                             | (a) 5832<br>(c) 21952                   | (b) 1728<br>(d) 10648                  | 39. किसी संख्या के $\frac{4}{13}$ वें भाग का मान 176 है। उस संख्या के 25% का मान क्या है?                                                                                                                   |
| 37. |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        | (a) 156<br>(c) 169                                                                                                                                                                                          |
| 38. |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        | (b) 143<br>(d) 694                                                                                                                                                                                          |
| 39. |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        | 40. किसी संख्या के $\frac{1}{8}$ व $\frac{1}{11}$ का योग 57 है। संख्या ज्ञात कीजिये?                                                                                                                        |
| 40. |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        | (a) 228<br>(c) 220                                                                                                                                                                                          |
| 41. |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        | (b) 176<br>(d) 264                                                                                                                                                                                          |
| 42. |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        | 41. किसी संख्या के 18% तथा $\frac{1}{15}$ वें भाग का अनुपात क्या होगा?                                                                                                                                      |
| 43. |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        | (a) $6 : 5$<br>(c) $27 : 10$                                                                                                                                                                                |
| 44. |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        | (b) $5 : 6$<br>(d) $10 : 27$                                                                                                                                                                                |
| 45. |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        | 42. किसी संख्या के घनमूल का 6 गुना 6 के घन का आधा है। संख्या ज्ञात कीजिये?                                                                                                                                  |
| 46. |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        | (a) 5832<br>(c) 21952                                                                                                                                                                                       |
| 47. |                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                        | (b) 1728<br>(d) 10648                                                                                                                                                                                       |

संख्या पद्धति

- |                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 43. $(12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16)$ को 6 से विभाजित (Divide) करने पर शेषफल कितना होगा?<br>(a) 0<br>(b) 1<br>(c) 2<br>(d) 3                                                                        | 52. यदि दो संख्याओं का ल. स. 15 है एवं उनका म. स. 5 है तो दोनों संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करें-<br>(a) 15<br>(b) 5<br>(c) 75<br>(d) 70                                             |
| 44. $(1214 \times 1215 \times 1216)$ को 7 से विभाजित करने पर शेषफल कितना होगा?<br>(a) 2<br>(b) 3<br>(c) 4<br>(d) 6                                                                                               | 53. यदि दो संख्याओं का गुणनफल 120 है और उनके बीच ल. स. 20 है तो उनके बीच का म. स. ज्ञात करें-<br>(a) 6<br>(b) 12<br>(c) 10<br>(d) 20                                              |
| 45. चार क्रमागत धन पूर्णांकों का योग 146 है। सबसे बड़ा पूर्णांक है?<br>(a) 35<br>(b) 37<br>(c) 36<br>(d) 38                                                                                                      | 54. यदि दो सह-अभाज्य (Co-prime) संख्याओं का गुणनफल 117 है तो उनका ल. स. (LCM) क्या होगा?<br>(a) 1<br>(b) 117<br>(c) 17<br>(d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।                            |
| 46. पहली संख्या का $\frac{1}{3}$ , दूसरी संख्या का $\frac{1}{7}$ तथा तीसरी संख्या का $\frac{1}{2}$ बराबर है। तीनों संख्याओं का अनुपात है?<br>(a) 3 : 7 : 2<br>(b) 14 : 6 : 21<br>(c) 5 : 10 : 9<br>(d) 9 : 7 : 5 | 55. यदि दो संख्याओं का म. स. (H.C.F.) 8 हो तो निम्न में से कौन-सी संख्या दोनों की ल. स. (L.C.M.) नहीं हो सकती है।<br>(a) 16<br>(b) 60<br>(c) 24<br>(d) 32                         |
| 47. 3, 5, 8, 7, 9, 0 तथा 2 से बनी बड़ी से बड़ी तथा छोटी-से-छोटी संख्याओं के अंतर के अंकों का योग कितना होगा?<br>(a) 42<br>(b) 38<br>(c) 43<br>(d) 36                                                             | 56. तीन संख्याओं का योग 176 है। यदि सबसे छोटी संख्या सबसे छोटी संख्या से 18 अधिक हो तो तीसरी संख्या क्या होगी?<br>(a) 60<br>(b) 58<br>(c) इनमें से कोई नहीं<br>(d) डाटा अपर्याप्त |
| 48. किसी संख्या का $\frac{3}{8}$ वाँ भाग संख्या के $\frac{1}{18}$ वें भाग के 7 गुने 8 कम है। संख्या ज्ञात कीजिये।<br>(a) 576<br>(b) 540<br>(c) 324<br>(d) 2592                                                   | 57. $(105)^2 = ?$<br>(a) 11025<br>(b) 10525<br>(c) 10625<br>(d) 1225                                                                                                              |
| 49. 53752345678 को 3 से विभाजित करने पर शेषफल कितना होगा?<br>(a) 0<br>(b) 1<br>(c) 2<br>(d) 3                                                                                                                    | 58. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 15$ पदों तक का मान क्या होगा?<br>(a) 512<br>(b) 125<br>(c) 120<br>(d) 225                                                                            |
| 50. 52345698 को 8 से विभाजित करने पर शेषफल कितना होगा?<br>(a) 0<br>(b) 1<br>(c) 2<br>(d) 3                                                                                                                       | 59. किसी संख्या का वर्ग उसके 30 गुने से 64 अधिक है। संख्या ज्ञात कीजिये।<br>(a) -2<br>(b) 32<br>(c) 32 या -2<br>(d) 32 तथा -2                                                     |
| 51. 12157617 को 99 से विभाजित करने पर शेषफल कितना होगा?<br>(a) 1<br>(b) 21<br>(c) 20<br>(d) 98                                                                                                                   | 60. $\frac{(0.5)^4 - (0.4)^4}{(0.5)^2 + (0.4)^2} = ?$<br>(a) 0.05<br>(b) 0.04<br>(c) 0.01<br>(d) 0.09                                                                             |

61.  $\frac{1}{1+\frac{2}{1+\frac{3}{1+\frac{2}{1+\frac{3}{1+\frac{2}{3}}}}}} = ?$
- (a)  $\frac{3}{7}$       (b)  $\frac{21}{31}$   
 (c)  $\frac{31}{21}$       (d)  $\frac{7}{3}$
62.  $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = ?$
- (a) 200      (b) 210  
 (c) 215      (d) 225
63. यदि  $2x = 3y$  तो  $\frac{y-x}{y+x} = ?$
- (a)  $1/5$       (b) 5  
 (c)  $-1/5$       (d)  $-5$
64.  $\frac{729+216}{81+36-54} = ?$
- (a) 9      (b) 6  
 (c) 15      (d) 3
65.  $\frac{16}{5}, \frac{12}{25}, \frac{8}{125}$  का L.C.M. ज्ञात करें-
- (a)  $\frac{48}{5}$       (b)  $\frac{5}{48}$   
 (c)  $\frac{12}{5}$       (d)  $\frac{5}{12}$
66.  $\frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \frac{16}{15}$  का म. स. (H.C.F.) ज्ञात करें-
- (a)  $\frac{1}{30}$       (b)  $\frac{1}{15}$   
 (c)  $\frac{2}{15}$       (d)  $\frac{15}{2}$
67. यदि  $N=210$  है तो  $N$  के भाजकों (Divisors) की कुल संख्या कितनी है?
- (a) 10      (b) 12  
 (c) 15      (d) 16
68. यदि  $N=520$  है तो  $N$  के भाजकों की संख्या ज्ञात करें-
- (a) 10      (b) 16  
 (c) 20      (d) 32

69. यदि  $N=336$  है तो  $N$  के सभी सम (Even) भाजकों की संख्या क्या होगी?
- (a) 10      (b) 12  
 (c) 16      (d) 20
70. यदि  $N=536$  तो  $N$  के सभी विषम (Odd) भाजकों की संख्या क्या होगी?
- (a) 2      (b) 4  
 (c) 6      (d) 8
71. यदि  $N=420$  है तो  $N$  के सभी अभाज्य भाजकों की संख्या क्या होगी?
- (a) 13      (b) 4  
 (c) 25      (d) 26
72. यदि  $N=2^7 \times 3^5 \times 5^6 \times 7^8$  तो  $N$  के ऐसे भाजकों की संख्या कितनी होगी, जो 50 से पूर्णतया भाज्य हो, परंतु 100 से नहीं?
- (a) 120      (b) 270  
 (c) 240      (d) 300
73. यदि  $N=3^1 \times 5^2 \times 7^3$  तो  $N$  के सभी सम (Even) भाजकों की संख्या कितनी होगी?
- (a) 1      (b) 2  
 (c) 3      (d) 0
74. यदि  $N=144$  है तो  $N$  के भाजकों के ऐसे कितने जोड़े बनाए जा सकते हैं, जिनमें दोनों संख्याएँ सह-अभाज्य हों?
- (a) 14      (b) 16  
 (c) 22      (d) 24
75. तीन संख्याओं में पहली संख्या दूसरी से 5 गुनी तथा दूसरी संख्या पहली से 3 गुनी है। यदि तीनों संख्याओं का गुणनफल 2880 हो तो दूसरी संख्या क्या होगी?
- (a) 20      (b) 4  
 (c) 8      (d) 12
76. तीन संख्याओं का योग 57 है। तीनों संख्याएँ क्रमशः 4 : 7 : 8 के अनुपात में हैं। दूसरी व तीसरी संख्या का योग क्या होगा?
- (a) 45      (b) 15  
 (c) 36      (d) 38
77. किसी संख्या के  $\frac{1}{3}$  का  $\frac{5}{6}$  का  $\frac{4}{9}$  का 80 प्रतिशत 160 है। वह संख्या ज्ञात कीजिये।
- (a) 1580      (b) 1600  
 (c) 1660      (d) 1620

संख्या पद्धति

- |     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            |                                                                                                                                                                          |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 78. | 4 संख्याएँ क्रमशः $5 : 7 : 9 : 3$ के अनुपात में हैं। यदि तीसरी व दूसरी संख्या का अंतर ₹ 1240 हो तो पहली, तीसरी तथा चौथी संख्या का योग कितना होगा?           | (a) 12400<br>(c) 11160                   | (b) 35<br>(c) 39                           | (b) 42<br>(d) 49                                                                                                                                                         |
| 79. | दो संख्याएँ इस प्रकार हैं कि पहली संख्या का $\frac{1}{16}$ वाँ भाग दूसरी संख्या के 11 प्रतिशत के 50 प्रतिशत से 1.75 अधिक है। दोनों संख्याओं का अंतर बताइये। | (a) 58<br>(c) 112                        | (b) 10540<br>(d) 9920                      | (b) 112<br>(c) 211                                                                                                                                                       |
| 80. | $12 \times 13 \times 15 \times 17$ के इकाई के स्थान पर कौन-सा अंक आएगा?                                                                                     | (a) 0<br>(c) 2                           | (b) 1<br>(d) 5                             | (a) 45<br>(c) 50                                                                                                                                                         |
| 81. | दो संख्याएँ इस प्रकार हैं कि पहली संख्या का $\frac{1}{24}$ वाँ भाग दूसरी संख्या के 32 प्रतिशत के 18 प्रतिशत से 4 अधिक है। बड़ी संख्या बताइये।               | (a) 64<br>(c) 110                        | (b) 32.5<br>(d) डाटा अपर्याप्त             | (b) 80<br>(d) 60                                                                                                                                                         |
| 82. | दो संख्याओं का योग 20 तथा गुणनफल 96 है। दोनों संख्याओं का अंतर क्या होगा?                                                                                   | (a) 3<br>(c) 2                           | (b) 4<br>(d) 5                             | 88. किसी संख्या को 3 एवं 5 से एक के बाद एक (Successively) विभाजित किया जाए तो शेषफल क्रमशः 1 एवं 2 आता है। यदि उसी संख्या को 15 से विभाजित किया जाए तो शेषफल कितना होगा? |
| 83. | तीन धनात्मक संख्याएँ समांतर श्रेणी में हैं। जिनमें सर्वातर 4 है। यदि सबसे बड़ी व सबसे छोटी संख्या का गुणनफल 240 हो तो तीनों संख्याओं का औसत क्या होगा?      | (a) 16<br>(c) 20                         | (b) 12<br>(d) 18                           | (a) 1<br>(c) 3                                                                                                                                                           |
| 84. | दो संख्याओं का योगफल 16 तथा गुणनफल 55 है। इन दोनों संख्याओं के व्युत्क्रमों का योग क्या होगा?                                                               | (a) $\frac{5}{39}$<br>(c) $\frac{1}{55}$ | (b) $\frac{16}{55}$<br>(d) $\frac{11}{39}$ | (b) 80<br>(d) 60                                                                                                                                                         |
| 85. | दो संख्याओं के वर्गों का योग 2989 तथा वर्गों का अंतर 539 है। बड़ी संख्या क्या होगी?                                                                         |                                          |                                            | 89. यदि $100!$ को $2^N$ के रूप में लिखना हो तो N का अधिकतम मान कितना होगा?                                                                                               |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | (a) 96<br>(c) 98                                                                                                                                                         |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | (b) 97<br>(d) 99                                                                                                                                                         |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | 90. यदि $100!$ को $3^N$ के रूप में लिखना हो तो N का अधिकतम मान कितना होगा?                                                                                               |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | (a) 46<br>(c) 48                                                                                                                                                         |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | (b) 47<br>(d) 49                                                                                                                                                         |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | 91. यदि $100!$ को $6^N$ के रूप में लिखना हो तो N का अधिकतम मान कितना होगा?                                                                                               |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | (a) 46<br>(c) 48                                                                                                                                                         |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | (b) 47<br>(d) 49                                                                                                                                                         |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | 92. $[96! + 1]$ को 97 से विभाजित करने पर शेषफल कितना होगा?                                                                                                               |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | (a) 96<br>(c) 1                                                                                                                                                          |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | (b) 95<br>(d) 0                                                                                                                                                          |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | 93. 18 के वर्ग में कितना जोड़े कि योग का 3 गुना 32 के वर्ग से सिर्फ 10 कम हो?                                                                                            |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | (a) 15<br>(c) 10                                                                                                                                                         |
|     |                                                                                                                                                             |                                          |                                            | (b) 14<br>(d) 12                                                                                                                                                         |

94.  $\frac{4}{5}$  एवं  $\frac{6}{7}$  के बीच की एक परिमेय संख्या है?
- (a)  $\frac{58}{70}$                                   (b)  $\frac{58}{35}$   
                                                (c)  $\frac{34}{15}$                                       (d)  $\frac{9}{10}$
95. किस संख्या से गुणा करने पर  $8 \times 12 \times 9 \times 7$  एक पूर्ण वर्ग (Perfect Square) बन जाएगा? (संख्या न्यूनतम होनी चाहिये।)
- (a) 20                                        (b) 22  
                                                    (c) 40                                        (d) 42
96. किस संख्या से गुणा करने पर,  $3 \times 16 \times 12 \times 27$  एक पूर्ण घन (Perfect Cube) बन जाएगा? (संख्या न्यूनतम होनी चाहिये।)
- (a) 2                                            (b) 3  
                                                    (c) 4                                            (d) 6
97. किसी संख्या के घन से 31 घटाने पर 1300 प्राप्त होता है। उस संख्या के वर्ग में कितना जोड़े कि प्राप्त संख्या, उसी संख्या से अगली संख्या का वर्ग हो।
- (a) 10                                        (b) 25  
                                                    (c) 21                                        (d) 23
98. 56 को दो भागों में इस प्रकार विभाजित किया गया है कि पहले भाग का तीन गुना दूसरे भाग के 4 गुने के बराबर है। पहला भाग क्या है?
- (a) 32                                        (b) 24  
                                                    (c) 36                                        (d) 20
99. दो अंकों की किसी संख्या के इकाई व दहाई के अंक आपस में बदलने पर प्राप्त संख्या किसी संख्या का वर्ग है। संख्या ज्ञात कीजिये। दहाई तथा इकाई के अंकों का अनुपात 2 : 3 है।
- (a) 25                                        (b) 46  
                                                    (c) 69                                        (d) 48
100. दो अंकों से बनी किसी संख्या के अंकों का स्थान बदलने पर बनी संख्या मूल संख्या से 45 अधिक है। यदि संख्या के दोनों अंकों का योग 11 हो तो मूल संख्या क्या है?
- (a) 47                                        (b) 65  
                                                    (c) 56                                        (d) इनमें से कोई नहीं
101. दो अंकों से बनी किसी संख्या के अंकों को आपस में बदलकर बनी संख्या के साथ जोड़ने पर प्राप्त संख्या निम्न में से किससे अवश्य ही विभक्त होगी।
- (a) 4                                            (b) 11  
                                                    (c) 7                                            (d) 3
102. दो अंकों से बनी एक संख्या के अंकों का अंतर 3 है। इस संख्या के अंकों को आपस में बदलने पर बनी संख्या मूल संख्या से 27 कम है। मूल संख्या ज्ञात कीजिये।
- (a) 36                                        (b) 85  
                                                    (c) 47  
                                                    (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता
103. किसी भिन्न का हर उसके अंश के 3 गुने से 2 अधिक है। यदि अंश व हर दोनों में 5 की वृद्धि कर दी जाए तो भिन्न  $\frac{1}{2}$  हो जाती है। मूल भिन्न क्या है?
- (a)  $\frac{2}{9}$                                         (b)  $\frac{4}{13}$   
                                                    (c)  $\frac{3}{11}$                                         (d)  $\frac{7}{23}$
104. किसी भिन्न का हर उसके अंश के 3 गुने से 11 कम है। यदि अंश व हर दोनों में 7 जोड़ दिया जाए तो भिन्न  $\frac{1}{2}$  हो जाती है। मूल भिन्न ज्ञात कीजिये।
- (a)  $\frac{13}{28}$                                         (b)  $\frac{5}{4}$   
                                                    (c)  $\frac{18}{43}$                                         (d)  $\frac{9}{16}$
105. किसी संख्या को 92 से भाग देने पर 58 बचता है। उसी संख्या को 23 से भाग देने पर क्या शेष बचेगा?
- (a) 12                                        (b) 6  
                                                    (c) 7                                            (d) 8
106. भज्य abc को 73 से भाग करने पर भागफल 11 तथा शेष 40 है। इस संख्या को 41 से भाग करने पर क्या शेष बचेगा?
- (a) 40                                        (b) 34  
                                                    (c) 23                                        (d) 32

## संख्या पद्धति

107. चार अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या में से चार अंकों की छोटी संख्या को घटाया जाता है। शेष को 11 से विभाजित करने पर कितना शेषफल बचेगा।

- |       |       |
|-------|-------|
| (a) 7 | (b) 3 |
| (c) 0 | (d) 1 |

108. किसी संख्या में 3 जोड़कर 5 से भाग दें तो 29 प्राप्त होता है। संख्या में 2 जोड़कर 6 से भाग देने पर शेषफल क्या होगा?

- |       |                       |
|-------|-----------------------|
| (a) 1 | (b) 2                 |
| (c) 0 | (d) इनमें से कोई नहीं |

109. किसी प्रतियोगिता में एक समान ऊँचाई के दो पेड़ों पर दो व्यक्ति चढ़ते हैं। पहला व्यक्ति एक मिनट में 5 फुट चढ़ता है तथा अगले मिनट में 2 फुट नीचे फिसल जाता है, जबकि दूसरा व्यक्ति पहले मिनट में 4 फुट चढ़ता है, तथा 1.5 फुट नीचे खिसक जाता है। यदि दोनों एक साथ 42 फुट ऊँचे वृक्षों पर चढ़ना प्रारंभ करें तो पहला व्यक्ति दूसरे से कितने समय पहले शीर्ष पर पहुँच जाएगा।

- |                           |                         |
|---------------------------|-------------------------|
| (a) $4\frac{1}{2}$ मिनट   | (b) $4\frac{6}{7}$ मिनट |
| (c) $6\frac{11}{12}$ मिनट | (d) 5 – मिनट            |

**निर्देश (110–111):** दी गई जानकारी का अध्ययन कीजिये तथा बताइये कि कौन-सा/से कथन प्रश्न का उत्तर देने के लिये पर्याप्त हैं।

110. दों अंकों की संख्या क्या है?

- (i) दोनों अंकों का अंतर 4 है।
- (ii) इकाई का अंक दहाई के अंक से 4 बड़ा है।
- (iii) मूल संख्या तथा संख्या के अंकों को आपस में बदलकर बनी संख्या का अंतर 36 है।
- (a) कथन (i) पर्याप्त है।
- (b) केवल कथन (iii) पर्याप्त है।
- (c) कोई कथन दो पर्याप्त है।
- (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं।

111. 13 से भाग देने पर क्या शेषफल आएगा?

- i. भाजक 100 का गुणज है।
- ii. 65 से भाग देने पर 10 शेष बचता है।
- (a) कथन (i) पर्याप्त है।
- (b) केवल कथन (ii) पर्याप्त है।
- (c) दोनों की आवश्यकता है।
- (d) दोनों का मिलाकर भी ज्ञात नहीं किया जा सकता।

### उत्तरमाला

- |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1. (a)   | 2. (c)   | 3. (b)   | 4. (c)   | 5. (d)   | 6. (a)   | 7. (b)   | 8. (c)   | 9. (b)   | 10. (d)  |
| 11. (a)  | 12. (d)  | 13. (b)  | 14. (b)  | 15. (c)  | 16. (b)  | 17. (a)  | 18. (b)  | 19. (c)  | 20. (a)  |
| 21. (b)  | 22. (d)  | 23. (c)  | 24. (c)  | 25. (a)  | 26. (b)  | 27. (d)  | 28. (a)  | 29. (c)  | 30. (b)  |
| 31. (c)  | 32. (d)  | 33. (a)  | 34. (c)  | 35. (d)  | 36. (c)  | 37. (c)  | 38. (d)  | 39. (b)  | 40. (d)  |
| 41. (c)  | 42. (a)  | 43. (a)  | 44. (c)  | 45. (d)  | 46. (a)  | 47. (d)  | 48. (a)  | 49. (b)  | 50. (c)  |
| 51. (b)  | 52. (c)  | 53. (a)  | 54. (b)  | 55. (b)  | 56. (d)  | 57. (a)  | 58. (d)  | 59. (c)  | 60. (d)  |
| 61. (b)  | 62. (d)  | 63. (c)  | 64. (c)  | 65. (a)  | 66. (b)  | 67. (d)  | 68. (b)  | 69. (c)  | 70. (a)  |
| 71. (b)  | 72. (b)  | 73. (d)  | 74. (c)  | 75. (d)  | 76. (a)  | 77. (d)  | 78. (b)  | 79. (d)  | 80. (a)  |
| 81. (d)  | 82. (b)  | 83. (a)  | 84. (b)  | 85. (b)  | 86. (c)  | 87. (b)  | 88. (d)  | 89. (b)  | 90. (c)  |
| 91. (c)  | 92. (d)  | 93. (b)  | 94. (a)  | 95. (d)  | 96. (b)  | 97. (d)  | 98. (a)  | 99. (b)  | 100. (d) |
| 101. (b) | 102. (d) | 103. (c) | 104. (c) | 105. (a) | 106. (c) | 107. (d) | 108. (c) | 109. (d) | 110. (d) |
| 111. (b) |          |          |          |          |          |          |          |          |          |

### अभ्यास प्रश्नों के हल

1.  $\because 46 \text{ से } 92 \text{ तक की सभी प्राकृत संख्याओं का योग} \\ = (1 \text{ से } 92 \text{ तक की सभी प्राकृत संख्याओं का योग}) \\ - (1 \text{ से } 45 \text{ तक की सभी प्राकृत संख्याओं का योग}) \\ = \frac{92(92+1)}{2} - \frac{45(45+1)}{2} \\ = 46 \times 93 - 22.5 \times 46 \\ = 46(93 - 22.5) = 46 \times 70.5 = 3243$

2. माना वे संख्याएँ  $a$  और  $b$  हैं  
 तो  $a^2 + b^2 = 146$  ... (1)  
 और  $(a - b)^2 = 36$   
 $\Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = 36$  ... (2)  
 समीकरण (1) में से (2) को घटाने पर,  
 $\Rightarrow 2ab = 110$   
 $\Rightarrow ab = 55$

3. माना संख्या का इकाई अंक  $= a$   
 तथा दहाई अंक  $= b$   
 अतः संख्या  $= 10b + a$   
 $\Rightarrow [a + b = 9]$  ... (1)  
 तथा प्रश्न से,  $10a + b = 10b + a + 27$   
 $\Rightarrow 9a - 9b = 27$   
 $\Rightarrow [a - b = 3]$  ... (2)  
 समीकरण (1) और (2) को जोड़ने पर  
 $\Rightarrow [a = 6]$   
 $a$  के इस मान को समीकरण (1) में रखने पर  
 $\Rightarrow [b = 3]$   
 संख्या के अंकों का गुणनफल  $= ab = 18$

4. माना कि संख्या का इकाई अंक  $= a$   
 तथा दहाई अंक  $= b$   
 $\therefore$  संख्या  $= 10b + a$   
 $\therefore$  अंकों को पलटने से बनी संख्या  $= 10a + b$   
 प्रश्न से,  
 $\Rightarrow 10b + a - 10a - b = 54$   
 $\Rightarrow 9b - 9a = 54$

$$\Rightarrow [b - a = 6] \dots (1)$$

$$\text{साथ ही प्रश्न से } [a + b = 8] \dots (2)$$

$\therefore$  समी. (1) + (2) से,

$$\Rightarrow 2b = 14 \Rightarrow [b = 7]$$

$$\text{समी. (1) से, } 7 - a = 6 \Rightarrow [a = 1]$$

$$\therefore \text{मूल संख्या} = 71$$

5. माना कि संख्या  $= N$

$$\therefore \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेष} = \text{भाज्य}$$

$$\Rightarrow [N = 672x + 68] \text{ (माना भागफल} = x = \text{पूर्ण संख्या)}$$

$$\Rightarrow \because 672, 32 \text{ से विभाज्य है}$$

$$\Rightarrow 672 = 21 \times 32$$

$$\therefore N = 21x \times 32 + 2 \times 32 + 4$$

$$N = \frac{32}{\text{भाजक}} \frac{(21x + 2)}{\text{भागफल}} + \frac{4}{\text{शेष}}$$

$\therefore$  उस संख्या को 32 से भाग देने पर शेष 4 बचेगा

6. माना संख्या एँ  $a$  और  $b$  हैं

$$\text{प्रश्न से, } a + b = 17, ab = 72$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{ab} = \frac{17}{72}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = \frac{17}{72}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{17}{72}$$

$$\text{अर्थात् दोनों संख्याओं के व्युत्क्रमों का योग} = \frac{17}{72}$$

7. प्रथम 25 सम संख्याओं का योग  $= 25(25 + 1)$   
 $= 25^2 + 25$

$$\text{प्रथम 25 विषम संख्याओं का योग} = 25^2$$

$$\therefore \text{दोनों का अंतर} = 25^2 + 25 - 25^2 = 25$$

8. प्रथम 30 सम संख्याओं का योग  $= 30(30 + 1)$   
 $= 30^2 + 30$

$$\text{प्रथम 25 विषम संख्याओं का योग} = 25^2$$

$$\therefore \text{वाल्छित अंतर} = 900 + 30 - 625 \\ = 305$$

## अध्याय 2

## औसत (Average)

- औसत अथवा माध्य केंद्रीय प्रवृत्ति की माप को कहा जाता है।
- सभी पदों के योग तथा पदों की संख्या के अनुपात को औसत अथवा माध्य कहते हैं।

$$\text{औसत } (A) = \frac{\text{पदों का योग } (S)}{\text{पदों की संख्या } (n)}$$

**उदाहरण 1:** यदि 5, 10, 15, 25, 40 का औसत ज्ञात करना है तो-

$$\begin{aligned}\text{औसत } (A) &= \frac{5+10+15+25+40}{5} \\ &= \frac{95}{5} \\ &= 19\end{aligned}$$

**उदाहरण 2:** एक विद्यार्थी 4 विषयों में क्रमशः 60, 75, 70 तथा 55 अंक प्राप्त करता है। विद्यार्थी के चारों विषयों के अंकों का औसत है?

$$\begin{aligned}\text{हल: } \text{औसत } (A) &= \frac{S}{n} \\ &= \frac{60+75+70+55}{4} \\ &= \frac{260}{4} \\ &= 65\end{aligned}$$

**नोट –** औसत हमेशा अधिकतम व न्यूनतम संख्या के बीच में होता है।

- यदि सभी संख्याओं को निश्चित मात्रा/अनुपात में बढ़ाया/घटाया जाता है तो औसत भी उतना ही घट/बढ़ जाता है।

(यदि A, B, C का औसत K है तथा A, B तथा C प्रत्येक में 3 की वृद्धि की जाती है तब औसत (K + 3) हो जाएगा)

**उदाहरण 3:** 30, 36 तथा 45 का औसत 37 है। प्रत्येक संख्या में 5 की वृद्धि करने पर औसत  $(37 + 5)$  होगा।

$$\begin{aligned}\text{हल: } \text{नया औसत} &= \frac{(30+5)+(36+5)+(45+5)}{3} \\ &= \frac{35+41+50}{3} = \frac{126}{3} \\ \text{नया औसत} &= 42\end{aligned}$$

- यदि सभी संख्याओं को किसी निश्चित संख्या से गुणा किया जाता है तो औसत भी उतने गुना हो जाता है। (यदि A, B, C का औसत K है तथा A, B तथा C तीनों में 2 से गुणा किया जाता है तो औसत 2K हो जाएगा।)

**उदाहरण 4:** 6, 12 तथा 15 का औसत 11 है। प्रत्येक संख्या में 3 से गुणा करने पर औसत  $11 \times 3 = 33$  होगा।

$$\begin{aligned}\text{हल: } \text{औसत } (A) &= \frac{(6 \times 3) + (12 \times 3) + (15 \times 3)}{3} \\ &= \frac{18 + 36 + 45}{3} \\ &= \frac{99}{3} \Rightarrow 33\end{aligned}$$

- क्रमागत संख्याओं का औसत एकदम मध्य की संख्या होती है।

$$\text{क्रमागत संख्याओं का औसत} = \frac{\text{प्रथम पद} + \text{अंतिम पद}}{2}$$

**नोट:** समांतर श्रेणी के औसत भी इसी सूत्र (Formula) से निकालते हैं।

**उदाहरण 5:** 1 से 1000 तक की संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिये।

$$\begin{aligned}\text{औसत } (A) &= \frac{\text{प्रथम पद} + \text{अंतिम पद}}{2} \\ &= \frac{1+1000}{2} \\ &= \frac{1001}{2} \\ &= 500.5\end{aligned}$$

**उदाहरण 6:** 40 से 60 तक की संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिये।

$$\begin{aligned}\text{हल: } \text{औसत } (A) &= \frac{\text{प्रथम पद} + \text{अंतिम पद}}{2} \\ &= \frac{40+60}{2} \\ &= \frac{100}{2} = 50\end{aligned}$$

## अध्याय 3

# प्रतिशतता (Percentage)

**प्रतिशत (Percent):** प्रतिशत, गणित में किसी अनुपात को व्यक्त करने का एक तरीका है। ‘प्रतिशत’ शब्द लैटिन भाषा के परसेंटम (Per Centum) से लिया गया है, जिसका अर्थ है प्रति सौ या प्रति सैकड़ा (जैसे कि— 1 प्रतिशत = 1/100) प्रतिशत को गणितीय चिह्न ‘%’ द्वारा निरूपित किया जाता है।

उदाहरण के लिये माना कि किसी विषय के प्रश्न-पत्र का अधिकतम अंक अर्थात् पूर्णांक 50 है और उस प्रश्न-पत्र में कोई विद्यार्थी 47 अंक प्राप्त करता है तो कहेंगे कि उस विद्यार्थी को  $\frac{94}{100} = 94$  प्रतिशत या 94% अंक मिले। इसी तरह यदि किसी कक्षा में 50 विद्यार्थियों में से केवल 35 ही उत्तीर्ण हुए तो कहेंगे कि 70% विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए तथा 30% अनुत्तीर्ण हुए।

**स्पष्ट:**  $x\%$  का अर्थ है  $\frac{x}{100}$  यानी 100 का  $x$ वाँ भाग।

इस प्रकार अगर कोई भिन्न जिसका अंश ‘x’ या अन्य कोई चर या संख्या हो तथा हर 100 हो तो प्रतिशत कहा जाएगा तथा अंश उसके प्रतिशत की दर को दर्शाएगा।

**उदाहरण:** माना कि एक विद्यार्थी अपने स्कूल की वार्षिक परीक्षा में शामिल होता है तथा उसको विज्ञान विषय में 83 प्रतिशत अंक प्राप्त होते हैं। अगर विषय में अधिकतम अंक 100 हो तो इसका अर्थ हुआ कि विद्यार्थी ने 100 में से 83 अंक प्राप्त किये। यदि स्कूल की परीक्षा में कुल छः विषय हों तथा प्रत्येक विषय का अधिकतम अंक 100 हो एवं विद्यार्थी का प्रत्येक विषय में प्राप्तांक 83 प्रतिशत हो तो विद्यार्थी का कुल प्राप्तांक  $6 \times 83 = 498$  हुआ।

**संक्षेप रूप में—**

$$\text{कुल प्राप्तांक} = 600 \text{ का } 83\% = \frac{600 \times 83}{100} = 498$$

प्रतिशतता (Percentage) के अध्याय में गणितीय प्रक्रियाओं (Mathematical Operations) का महत्वपूर्ण योगदान है। विद्यार्थियों की प्रतिशतता संबंधी क्रिया विधि को आसान तथा तीव्र बनाने के लिये यहाँ कुछ गणितीय मान तालिका के रूप में दिये जा रहे हैं, जिनको विद्यार्थियों द्वारा कंठस्थ किया जाना चाहिये।

|                         |                         |                             |
|-------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| $1/1 = 100\%$           | $1/8 = 12\frac{1}{2}\%$ | $1/100 = 1\%$               |
| $1/2 = 50\%$            | $1/9 = 11\frac{1}{9}\%$ | $2/3 = 66\frac{2}{3}\%$     |
| $1/3 = 33\frac{1}{3}\%$ | $1/10 = 10\%$           | $4/5 = 80\%$                |
| $1/4 = 25\%$            | $1/20 = 5\%$            | $3/4 = 75\%$                |
| $1/5 = 20\%$            | $1/25 = 4\%$            | $5/8 = 62\frac{1}{2}\%$     |
| $1/6 = 16\frac{2}{3}\%$ | $1/40 = 2\frac{1}{2}\%$ | $10/11 = 90\frac{10}{11}\%$ |
| $1/7 = 14\frac{2}{7}\%$ | $1/50 = 2\%$            | $4/25 = 16\%$               |

⇒ किसी दी गयी भिन्न को प्रतिशत में बदलना—  
किसी दी गई भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिये उसमें 100 से गुणा किया जाता है।

$$\begin{aligned} \text{उदाहरण : } \frac{3}{5} \text{ का अभीष्ट प्रतिशत ज्ञात कीजिये।} \\ &= \frac{3}{5} \times 100 = 60\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{उदाहरण : } \frac{2}{15} \text{ का अभीष्ट प्रतिशत ज्ञात कीजिये।} \\ &= \frac{2}{15} \times 100 = 13\frac{1}{3}\% \end{aligned}$$

⇒ किसी दी गई प्रतिशत को भिन्न में बदलना—  
किसी दिये गए प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिये उसे 100 से भाग दिया जाता है।

$$\begin{aligned} \text{उदाहरण: } 40\% &= \frac{40}{100} = \frac{2}{5} \\ 75\% &= \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

प्रतिशतता से संबंधित प्रश्नों को उनकी प्रकृति के आधार पर निम्नलिखित प्रकारों में विभाजित किया जा सकता है।

**प्रकार-1:** यदि a का b% ज्ञात करना हो तो निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है।

$$a \text{ का } b\% = \frac{a \times b}{100}$$

## अध्याय 4

# लाभ और हानि (Profit and Loss)

‘लाभ’ तथा ‘हानि’ शब्द मूलतः व्यापार और व्यापारिक लेन-देन से संबंधित शब्द हैं। ‘लाभ’ तथा ‘हानि’ अध्याय के अंतर्गत किसी वस्तु के क्रय-विक्रय से संबंधित विभिन्न तथ्यों एवं पहलुओं का अध्ययन किया जाता है। वर्तमान समय में विभिन्न परीक्षाओं के बदलते स्वरूप तथा दृष्टिकोण को देखते हुए लाभ तथा हानि से संबंधित प्रश्नों को हल करने से पहले इस अध्याय से जुड़े विविध शब्दों को स्पष्ट रूप में जानना अति आवश्यक है, लाभ-हानि से जुड़े महत्वपूर्ण शब्द निम्नलिखित हैं।

**क्रय मूल्य (Cost Price):** जिस मूल्य पर कोई वस्तु खरीदी जाती है या किसी वस्तु को खरीदने के लिये क्रेता द्वारा विक्रेता को जितनी धनराशि प्रदान की जाती है, उसे उस वस्तु का ‘क्रय मूल्य’ (Cost Price) कहा जाता है।

**उदाहरण:** मान लीजिये, आप बाजार जाकर मोबाइल की दुकान से ₹ 8000 देकर मोबाइल खरीदते हैं। अतः मोबाइल का क्रय मूल्य ₹ 8000 हुआ।

**विक्रय मूल्य (Selling Price):** जिस मूल्य पर कोई वस्तु बेची जाती है या किसी वस्तु को बेचने पर विक्रेता द्वारा क्रेता से जितनी धनराशि प्राप्त की जाती है, उस राशि को उस वस्तु का ‘विक्रय मूल्य’ कहा जाता है।

**उदाहरण:** मान लीजिये, गौरव दिल्ली के नेहरू प्लेस जाकर अपने लिये लैपटॉप पसंद करता है तथा दुकानदार को ₹ 40,000 देकर लैपटॉप ले आता है। अतः दुकानदार के लिये लैपटॉप का विक्रय मूल्य ₹ 40,000 है।

**क्रेता (Buyer):** जब किसी व्यक्ति या समूह द्वारा किसी वस्तु के खरीदने पर कोई धनराशि प्रदान की जाती है तो उन्हें क्रेता या खरीदार कहा जाता है। यह क्रय मूल्य प्रदान करता है।

**विक्रेता (Seller):** जब किसी व्यक्ति या समूह द्वारा किसी वस्तु को बेचा जाता है तथा धनराशि की कोई मात्रा प्राप्त की जाती है तो उन्हें विक्रेता कहा जाता है। यह विक्रय मूल्य प्राप्त करता है।

**उपरिव्यय (Overhead Expense):** जब किसी वस्तु को खरीदने के बाद उसे गंतव्य स्थान तक ले जाने में या मरम्मत, बीमा, टैक्स आदि कराने में क्रय मूल्य के अतिरिक्त जो खर्च आता है, उस खर्च को ‘उपरिव्यय’ (Overhead Expense) कहा जाता है। क्रयमूल्य में उपरिव्यय को जोड़ने के पश्चात् वस्तु का वास्तविक क्रयमूल्य प्राप्त किया जाता है।

**उदाहरण:** मान लीजिये, महेश द्वारा एक मकान ₹ 10 लाख में खरीदा जाता है। इसके बाद महेश द्वारा उस मकान की मरम्मत तथा रंगाई आदि में ₹ 2 लाख और खर्च आता है। इस प्रकार मकान का वास्तविक क्रयमूल्य ₹ (10 + 2) लाख = ₹ 12 लाख होगा।

**वास्तविक क्रयमूल्य= क्रयमूल्य + उपरिव्यय**

**लाभ (Profit):** जब किसी वस्तु को उनके क्रय मूल्य से अधिक पर बेचा जाता है तो वह राशि लाभ कहलाती है। अतः **लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य**

**उदाहरण:** केशव द्वारा दिल्ली से एक कंप्यूटर ₹ 25000 में खरीदा गया तथा उसने उस कंप्यूटर को अपने शहर में लाकर ₹ 28000 में बेच दिया। अतः यहाँ विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से अधिक है। इसलिये केशव को लाभ होगा तथा—

**लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य**

$$₹ (28000 - 25000) = ₹ 3000$$

**लाभ = ₹ 3000**

**हानि (Loss):** जब किसी वस्तु को उसके क्रय मूल्य से कम कीमत पर बेचा जाता है तो वह राशि ‘हानि’ कहलाती है। अतः **हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य**

**उदाहरण:** गरिमा ने एक मोबाइल ₹ 9000 में खरीदा तथा अपनी एक मित्र को ₹ 7700 में बेच दिया। अतः यहाँ क्रय मूल्य (₹ 9000) विक्रय मूल्य (₹ 7700) से अधिक है इसलिये गरिमा को हानि हुई। तब—

**हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य**

$$= ₹ (9000 - 7700)$$

**हानि = ₹ 1300**

**अंकित मूल्य (Mark Price):** वस्तुओं या उसके पैकेटों पर अंकित उसके अधिकतम विक्रय मूल्य (Maximum Selling Price/MSP) या अधिकतम रिटेल मूल्य (Maximum Retail Price/MRP) को ही अंकित मूल्य कहा जाता है। साथ ही कंपनी की मूल्य सूची में प्रदर्शित किसी वस्तु के मूल्य को भी ‘अंकित मूल्य’ कहते हैं।

**प्रतिशत लाभ (Profit Percent):** जब प्रति ₹ 100 के क्रय मूल्य पर जितना लाभ हो, उसे ‘प्रतिशत लाभ’ कहते हैं। लाभ का प्रतिशत हमेशा क्रय मूल्य पर ही ज्ञात किया

## अध्याय 5

# अनुपात-समानुपात एवं साझेदारी (Ratio-Proportion and Partnership)

## अनुपात (Ratio)

दो समान इकाई वाली राशियों के परिमाण की तुलना करना 'अनुपात' कहलाता है। अर्थात् दो राशियों के मध्य निश्चित संबंध को 'अनुपात' कहते हैं। अनुपात से हमें ज्ञात होता है कि एक राशि के सापेक्ष दूसरी राशि की मात्रा कितनी है।

अनुपात का चिह्न ‘:’ होता है तथा इसका कोई मात्रक अथवा इकाई नहीं होती है।

दो राशियों a तथा b का अनुपात वह भिन्न है, जिसके द्वारा एक राशि के पदों में दूसरी राशि को अभिव्यक्त किया जा सकता है। दो राशि a और b के अनुपात को  $a:b$  या  $\frac{a}{b}$  लिखा जाता है।

अनुपात  $a:b$  में a, अनुपात का प्रथम पद (First Term) अथवा पूर्व पद (Antecedent) तथा b, अनुपात का द्वितीय पद (Second Term) अथवा अंतिम पद (Consequent) कहलाता है।

$$\text{जैसे- } 2:5 = \frac{2}{5}$$

जहाँ 2 → प्रथम पद अथवा पूर्व पद

तथा 5 → द्वितीय पद अथवा अंतिम पद

जैसे- रमेश तथा सुरेश के पास क्रमशः 20 एवं 21 सिक्के हैं अर्थात् रमेश तथा सुरेश के बीच सिक्कों का अनुपात  $20:21$  या  $\frac{20}{21}$  है।

**उदाहरण:** एक दफ्तर में 100 लोग काम करते हैं, जिनमें 30 महिलाएँ हैं। दफ्तर में पुरुषों एवं महिलाओं की संख्या का अनुपात ज्ञात कीजिये।

हल: दफ्तर में कुल लोग = 100

महिलाओं की संख्या = 30

पुरुषों की संख्या =  $100 - 30 = 70$

अतः पुरुषों एवं महिलाओं की संख्या का अनुपात

$$= 70 : 30 = 7 : 3$$

## विभिन्न प्रकार के अनुपात (Various Types of Ratios)

आजकल विभिन्न परीक्षाओं में अनुपात से संबंधित विभिन्न प्रकार के प्रश्न पूछे जाते हैं, जिनके अनुसार अनुपात को निम्न प्रकार में विभाजित किया जा सकता है:

1. वर्गानुपात या द्विघाती अनुपात (Duplicate Ratio)
2. वर्गमूलानुपात (Subduplicate Ratio)
3. घनानुपात या त्रिघाती अनुपात (Triplicate Ratio)
4. घनमूलानुपात (Subtriplicate Ratio)
5. विलोमानुपात या व्युत्क्रमानुपात (Inverse or Reciprocal Ratio)
6. जटिल अनुपात या मिश्रित अनुपात (Compound Ratio)

### 1. वर्गानुपात या द्विघाती अनुपात (Duplicate Ratio)

दो संख्याओं के वर्गों के बीच के अनुपात को उन संख्याओं का 'वर्गानुपात' या 'द्विघाती अनुपात' कहते हैं। अर्थात् दो संख्याओं a और b के बीच के अनुपात  $a:b$  का वर्गानुपात  $a^2:b^2$  है।

जैसे-  $3:4$  का वर्गानुपात  $3^2:4^2 = 9:16$  है।

### 2. वर्गमूलानुपात (Subduplicate Ratio)

दो संख्याओं के वर्गमूलों के बीच के अनुपात को उन संख्याओं का 'वर्गमूलानुपात' कहते हैं। अर्थात् दो संख्याओं a और b के बीच के अनुपात  $a:b$  का वर्गमूलानुपात  $\sqrt{a}:\sqrt{b} = (a)^{\frac{1}{2}}:(b)^{\frac{1}{2}}$  है।

जैसे-  $9:16$  का वर्गमूलानुपात  $\sqrt{9}:\sqrt{16} = 3:4$  है।

### 3. घनानुपात या त्रिघाती अनुपात (Triplicate Ratio)

दो संख्याओं के घनों के बीच के अनुपात को उन संख्याओं का 'घनानुपात' या 'त्रिघाती अनुपात' कहते हैं। अर्थात् दो संख्याओं a और b के बीच के अनुपात  $a:b$  का घनानुपात  $a^3:b^3$  है।

जैसे-  $3:4$  का घनानुपात  $3^3:4^3 = 27:64$  है।

## अध्याय 6

प्रतियोगी परीक्षाओं में पूछे जाने वाले आयु से संबंधित अधिकांश प्रश्नों को विकल्पों की सहायता से आसानी से हल किया जा सकता है।

किंतु कुछ प्रश्नों में यह विधि बहुत अधिक समय ले सकती है। अतः इस प्रकार के प्रश्नों को हल करने के लिये लघु विधियों (Short tricks) को जानना आवश्यक है।

- A, B से उतना ही बड़ा है, जितना कि वह C से छोटा है तो—

$$A \text{ की आयु} = \frac{B \text{ की आयु} + C \text{ की आयु}}{2}$$

**उदाहरण 1:** एकता, परी से उतनी ही बड़ी है, जितनी वह हिना से छोटी है। यदि परी व हिना की आयु का योग 42 वर्ष हो तो एकता की आयु कितनी है?

$$\text{हल: } \text{एकता की आयु} = \frac{\text{परी की आयु} + \text{हिना की आयु}}{2}$$

$$\text{एकता की आयु} = \frac{42}{2} \Rightarrow 21 \text{ वर्ष}$$

- A तथा B की आयु का योग x तथा अनुपात p : q है। तब—

$$A \text{ की आयु} =$$

$$\frac{A \text{ का अनुपात (p)}}{A \text{ व B के अनुपात का योग (p+q)}} \times x$$

$$B \text{ की आयु} =$$

$$\frac{B \text{ का अनुपात (q)}}{A \text{ व B के अनुपात का योग (p+q)}} \times x$$

**उदाहरण 2:** A तथा B की वर्तमान आयु का अनुपात 5 : 8 है तथा वर्तमान आयु का योग 52 वर्ष है। A की वर्तमान आयु क्या है?

$$\text{हल: } A \text{ की आयु}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{A \text{ का अनुपात}}{A \text{ व B के अनुपात का योग}} \times x \\ &= \frac{5}{13} \times 52 = 20 \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

अथवा

$$\therefore (5+8) \text{ यूनिट} = 52 \text{ वर्ष}$$

## आयु संबंधी प्रश्न (Problem Based on Age)

$$\therefore 1 \text{ यूनिट} = 4 \text{ वर्ष}$$

$$\therefore 5 \text{ यूनिट} = 4 \times 5 = 20 \text{ वर्ष}$$

- यदि A व B की वर्तमान आयु का अनुपात दिया हो तथा कुछ वर्ष बाद या पहले का अनुपात भी दिया हो तब—

$$x = \frac{\text{दूसरे अनुपात का अंतर} \times \text{समय का अंतर}}{\text{दोनों अनुपात के तिरछे गुणनफल का अंतर}}$$

**उदाहरण 3:** श्याम तथा सुंदर की वर्तमान आयु का अनुपात 2 : 3 है। 12 वर्षों में यह अनुपात 5 : 6 हो जाएगा।

A की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिये—

$$\text{हल: } x = \frac{\text{दूसरे अनुपात का अन्तर} \times \text{समय का अन्तर}}{\text{तिरछे अनुपात के गुणनफल का अन्तर}}$$

$$x = \frac{(6-5) \times 12}{(5 \times 3 - 6 \times 2)} = \frac{1 \times 12}{15 - 12} = \frac{12}{3} = 4$$

$$A \text{ की आयु} = 2x = 2 \times 4 = 8 \text{ वर्ष}$$

अथवा

$$\begin{array}{rcl} \text{पहले अनुपात} & 2 : 3 \\ +3 & +3 & 3 \text{ यूनिट} \rightarrow 12 \text{ वर्ष} \end{array}$$

$$\text{बाद में अनुपात} \quad 5 : 6 \quad 1 \text{ यूनिट} \rightarrow 4 \text{ वर्ष}$$

$$\therefore A \text{ की आयु} = 2 \text{ यूनिट} = 2 \times 4 = 8 \text{ वर्ष}$$

**नोट:** यह विधि केवल तभी प्रयोग करें, जब अनुपात का अंतर समान हो। जैसे यहाँ 5 व 2 का अंतर 3 तथा 3 व 6 का अंतर भी 3 है।

**उदाहरण 4:** A तथा B की वर्तमान आयु का अनुपात 7 : 3 है। 15 वर्ष पहले यह अनुपात 4 : 1 था। A की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिये—

**हल:** माना A की वर्तमान आयु  $7x$  तथा B की वर्तमान आयु  $3x$  है।

$$\therefore x = \frac{\text{दूसरे अनुपात का अंतर} \times \text{समय का अंतर}}{\text{दोनों अनुपात के तिरछे गुणनफल का अंतर}}$$

$$x = \frac{(4-1) \times 15}{(12-7)}$$

## अध्याय 7

# मिश्रण (Mixture)

जब दो या दो से अधिक समान अथवा विभिन्न प्रकार के पदार्थों को एक निश्चित अनुपात में मिलाया जाता है तो प्राप्त नए पदार्थ को मिश्रण कहा जाता है। दो पदार्थों को मिलाने पर प्राप्त मिश्रण का रूप उन दोनों पदार्थों से भिन्न भी हो सकता है।

**उदाहरण:** 1. शुद्ध दूध में पानी मिलाने पर दूध तथा पानी का मिश्रण प्राप्त होगा।

**उदाहरण:** 2. जब टिन (Tin) तथा ताँबा (Copper) को एक निश्चित अनुपात में मिलाते हैं तो कांस्य (Bronze) का मिश्रण प्राप्त होता है।

### औसत मूल्य (Mean Price)

मिश्रण के एक इकाई माप के क्रय मूल्य को मिश्रण का 'औसत मूल्य' कहा जाता है।

**उदाहरण:** यदि ₹ 5 प्रति किग्रा. वाले 4 किग्रा. तथा ₹ 10 प्रति किग्रा. वाले 6 किग्रा. गेहूँ को मिला दिया जाता है तो प्राप्त मिश्रण का औसत मूल्य =  $\frac{5 \times 4 + 10 \times 6}{4 + 6} = \frac{80}{10} = ₹ 8$  प्रति किग्रा.

### मिश्रण के प्रकार (Types of Mixture)

मिश्रण को दो प्रकारों में विभाजित किया जा सकता है:

**1. साधारण मिश्रण (Simple Mixture):** जब दो विभिन्न प्रकार के शुद्ध पदार्थों को मिलाया जाता है तो प्राप्त मिश्रण को 'साधारण मिश्रण' कहते हैं।

**उदाहरण:** 7 लीटर दूध तथा 3 लीटर पानी को मिलाने पर प्राप्त मिश्रण, साधारण मिश्रण कहलाता है।

**2. यौगिक मिश्रण (Compound Mixture):** जब दो या दो से अधिक साधारण मिश्रणों को आपस में मिलाया जाता है तो इस प्रकार प्राप्त नया मिश्रण यौगिक मिश्रण कहलाता है।

**उदाहरण:** दूध और पानी के दो मिश्रण जिनमें दूध एवं पानी का अनुपात क्रमशः 5 : 2 एवं 4 : 1 है तो प्राप्त मिश्रण 'यौगिक मिश्रण' कहलाता है।

### मिश्रण का नियम (Rule of Alligation)

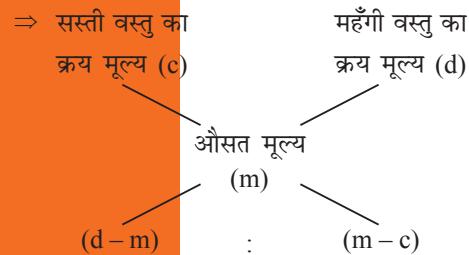
**नियम-1:** यदि दो या दो से अधिक वस्तुओं को एक निश्चित अनुपात में मिलाया जाता है तो

सस्ती वस्तु की मात्रा

महँगी वस्तु की मात्रा

$$= \frac{\text{महँगी वस्तु का क्रय मूल्य (d) - औसत मूल्य (m)}}{\text{औसत मूल्य (m) - सस्ती वस्तु का क्रय मूल्य (c)}}$$

इस नियम को नीचे दिखाए गए आरेख से प्रदर्शित किया जाता है:



$\Rightarrow \text{सस्ती वस्तु की मात्रा} : \text{महँगी वस्तु की मात्रा}$

**प्रमाण:** माना सस्ती वस्तु जिसका क्रय मूल्य ₹c/ यूनिट है, की x यूनिट्स तथा महँगी वस्तु, जिसका क्रय मूल्य ₹d/ यूनिट है, की y यूनिट्स को मिलाकर एक मिश्रण तैयार किया जाता है, जिसका क्रय मूल्य ₹m/ यूनिट है तथा इसकी मात्रा (x + y) यूनिट्स हैं।

$$\therefore m(x + y) = c \times x + d \times y$$

$$\Rightarrow mx + my = cx + dy$$

$$\Rightarrow mx - cx = dy - my$$

$$\Rightarrow x(m - c) = y(d - m)$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{d - m}{m - c}$$

|     |                                                                                           |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| अतः | $\frac{\text{सस्ती वस्तु की मात्रा}}{\text{महँगी वस्तु की मात्रा}} = \frac{d - m}{m - c}$ |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------|

**उदाहरण:** ₹ 20 प्रति किग्रा. और ₹ 50 प्रति किग्रा. गेहूँ को किस अनुपात में मिलाया जाए कि मिश्रण का क्रय मूल्य ₹ 30 प्रति किग्रा. हो जाए?

## अध्याय 8

# साधारण एवं चक्रवृद्धि ब्याज (Simple & Compound Interest)

जब कोई व्यक्ति किसी निश्चित राशि 'P' (मूलधन) को किसी से उधार लेता है तो उसे इस राशि पर एक निश्चित दर से ब्याज भी चुकाना होता है। इस निश्चित दर को ब्याज की दर 'R' (Rate of Interest) कहते हैं। ब्याज की गणना किस प्रकार की जायेगी, इस आधार पर ब्याज दो प्रकार का हो सकता है—

1. साधारण ब्याज (Simple Interest)
2. चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest)

**साधारण ब्याज (Simple Interest):** जब उधार या कर्ज की संपूर्ण अवधि में मूलधन एक ही रहे अर्थात् ब्याज पर पुनः ब्याज न लगे तो उस राशि पर लगने वाले ब्याज को 'साधारण ब्याज' कहते हैं। साधारण ब्याज को S.I. (Simple Interest) द्वारा निरूपित किया जाता है।

**चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest):** जब एक निश्चित समय बाद ब्याज की राशि को भी मूलधन में जोड़कर ब्याज लगाया जाए अर्थात् ब्याज पर भी ब्याज लगाया जाए तो इस प्रकार के ब्याज को 'चक्रवृद्धि ब्याज' कहते हैं। इसे C.I. (Compound Interest) द्वारा निरूपित किया जाता है।

## साधारण ब्याज (Simple Interest)

साधारण ब्याज को समझने में उससे जुड़े कुछ महत्वपूर्ण शब्दों को समझना सहायक होगा। महत्वपूर्ण शब्द निम्नलिखित हैं:

**मूलधन (Principal Amount):** वह राशि जो उधार दी जाती है या उधार ली जाती है, 'मूलधन' कहलाती है। मूलधन पर ही सदैव ब्याज की गणना की जाती है। सामान्यतः इसे 'P' अक्षर से निरूपित किया जाता है।

**ब्याज (Interest):** मूलधन के साथ लेनदार द्वारा देनदार को जो अतिरिक्त राशि प्रदान की जाती है, वह धनराशि 'ब्याज' कहलाती है।

**ब्याज की दर (Rate of Interest):** प्रति ₹100 के मूलधन पर प्रतिवर्ष ब्याज के रूप में चुकाई जाने वाली धन राशि ब्याज की दर कहलाती है। इसे सामान्यतः 'R' अक्षर से निरूपित करते हैं तथा इसे हमेशा % के रूप में लिखा जाता है।

**समय (Time):** जब जितने वर्ष, महीने या दिनों के लिये धन उधार या ब्याज पर लिया जाता है तो वह अवधि 'समय' कहलाती है। इसे 'T' अक्षर से निरूपित करते हैं। जब दर प्रतिशत वार्षिक हो तो समय वर्ष में लिया जाता है, यदि समय महीने में हो तो 12 से भाग देकर वर्ष में बदल दिया जाता है और यदि समय दिनों में दिया हो तो उसे 365 से भाग देकर वर्ष में बदल दिया जाता है।

**मिश्रधन (Compound Money):** मूलधन के साथ ब्याज की धनराशि को जोड़ने पर कुल राशि को 'मिश्रधन' कहते हैं। यह हमेशा मूलधन से अधिक होता है। सामान्यतः इसे 'A' अक्षर से निरूपित करते हैं अर्थात्,

$$\text{मिश्रधन (A)} = \text{मूलधन} + \text{ब्याज}$$

## साधारण ब्याज से संबंधित सूत्र (Formula Related to Simple Interest)

1. जब मूलधन, ब्याज की दर तथा समय की अवधि दी गई हो तो साधारण ब्याज (Simple Interest) निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है।

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$\text{S.I.} = \frac{\text{P} \times \text{R} \times \text{T}}{100}$$

2. जब साधारण ब्याज तथा मूलधन दिया हो तो मिश्रधन निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है।

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} + \text{साधारण ब्याज}$$

$$A = P + S.I.$$

3. जब साधारण ब्याज, समय तथा ब्याज की दर ज्ञात हो तो मूलधन निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है।

$$\text{मूलधन} = \frac{\text{साधारण ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{समय}}$$

$$P = \frac{\text{S.I.} \times 100}{\text{R} \times \text{T}}$$

## अध्याय 9

# समय तथा कार्य (Time & Work)

किसी कार्य को करने में लगने वाला समय तथा उस कार्य के बीच का संबंध ही 'समय एवं कार्य' है। इस अध्याय में इसी संबंधों के आधार पर प्रश्न होंगे। कार्य एवं मजदूरी भी इसी अध्याय का भाग है। इस अध्याय की संकल्पना (Concept) हेतु प्रश्नों का विस्तृत हल एवं प्रतियोगिता परीक्षा में प्रश्नों को हल करने हेतु मिलने वाले कम समय को ध्यान में रखते हुए लघु विधि (Short Method) द्वारा भी हल दिया गया है।

इस अध्याय में विभिन्न प्रकार के प्रश्नों का समावेश किया गया है।

### कुछ महत्वपूर्ण बिंदु:

- (A) **व्यक्ति की कार्यक्षमता:** इकाई समय में व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य ही उस व्यक्ति की क्षमता होती है। (यहाँ इकाई समय, दिन, घंटा, मिनट, वर्ष इत्यादि के रूप में हो सकता है)।  
व्यक्ति की क्षमता जितनी ज्यादा होगी, कार्य उतने ही कम समय में होगा तथा व्यक्ति की क्षमता जितनी कम होगी, कार्य उतने अधिक समय में होगा।

$$\text{समय} \propto \frac{1}{\text{व्यक्ति की क्षमता}}$$

- (B) **व्यक्तियों की संख्या:** व्यक्तियों की संख्या जितनी कम होगी, कार्य समाप्त होने में उतना ही अधिक समय लगेगा तथा संख्या जितनी ज्यादा होगी समय उतना ही कम लगेगा।

$$\text{समय} \propto \frac{1}{\text{व्यक्तियों की संख्या}}$$

**कार्य:** कार्य यदि बढ़ जाए, लेकिन उसको पूर्व निर्धारित समय पर ही खत्म करना हो तो व्यक्तियों की संख्या में वृद्धि करनी होगी।

यह वृद्धि उसी अनुपात में होगी, जिस अनुपात में कार्य में वृद्धि होगी।

$$\text{कार्य} \propto \text{व्यक्तियों की संख्या}$$

- व्यक्ति के 1 दिन का कार्य =  $\frac{1}{\frac{\text{संपूर्ण कार्य में लिये गए दिनों की संख्या}}{L + M}}$

माना यदि कोई व्यक्ति किसी कार्य को n दिन में पूरा करता है तो,

$$\text{व्यक्ति के 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{n}$$

$$\text{व्यक्ति के 5 दिन का कार्य} = \frac{5}{n}$$

$$\text{व्यक्ति के } n \text{ दिन का कार्य} = \frac{n}{n} = 1$$

**Note:** औपचारिक विधि में कार्य को सदैव 1 के रूप में माना जाता है।

- (A) किसी व्यक्ति की कार्यक्षमता जितनी अधिक होती है, वह कार्य समाप्त करने में उतना ही कम समय लेता है अर्थात्

$$\text{कार्य क्षमता} \propto \frac{1}{\text{कुल लिया गया समय}}$$

- (B) जिस व्यक्ति की कार्यक्षमता अधिक होगी, उसकी मजदूरी भी अधिक होती है।

$$\text{कार्यक्षमता} \propto \text{मजदूरी}$$

- (C) यदि कोई व्यक्ति अधिक कार्य करेगा तो उसे मजदूरी अधिक मिलेगी और कम कार्य करने पर कम मजदूरी मिलेगी।

$$\text{कार्य} \propto \text{मजदूरी}$$

- यदि ' $M_1$ ' व्यक्ति ' $T_1$ ' घंटे कार्य करते हुए ' $D_1$ ' दिन में ' $W_1$ ' कार्य करते हैं और ' $M_2$ ' व्यक्ति प्रतिदिन ' $T_2$ ' घंटे कार्य करते हुए ' $D_2$ ' दिन में ' $W_2$ ' कार्य करे तो—

$$\frac{M_1 D_1 T_1}{W_1} = \frac{M_2 D_2 T_2}{W_2}$$

- इसमें दो या दो से अधिक व्यक्तियों द्वारा किसी कार्य को अलग-अलग समाप्त करने में लगे दिनों की संख्या दी जाती है तथा सभी के द्वारा मिलकर संपूर्ण कार्य समाप्त करने में लगे दिनों की संख्या पूछी जाती है।  
जैसे: P व्यक्ति किसी कार्य को L दिन में तथा Q व्यक्ति M दिन में पूरा करता है तो P तथा Q द्वारा मिलकर कार्य समाप्त करने में लगे दिनों की संख्या =  $\frac{L \times M}{L + M}$

## डी.एल.पी. बुकलेट्स की विशेषताएँ

- आयोग के नवीनतम पैटर्न पर आधारित अध्ययन सामग्री।
- पैराग्राफ, बुलेट फॉर्म, सारणी, फ्लोचार्ट तथा मानचित्र का उपयुक्त समावेश।
- विषयवस्तु की सरलता, प्रामाणिकता तथा परीक्षा की दृष्टि से उपयोगिता पर विशेष ध्यान।
- क्रिक रिवीजन हेतु प्रत्येक अध्याय में महत्वपूर्ण तथ्यों का संकलन।
- प्रत्येक अध्याय के अंत में विगत वर्षों में पूछे गए एवं संभावित प्रश्नों का समावेश।

Website : [www.drishtiIAS.com](http://www.drishtiIAS.com)

E-mail : [online@groupdrishti.com](mailto:online@groupdrishti.com)



641, First Floor, Dr. Mukherjee Nagar, Delhi-110009  
Phones : 011-47532596, +91-8130392354, 813039235456